

I vettori

Scalari e vettori

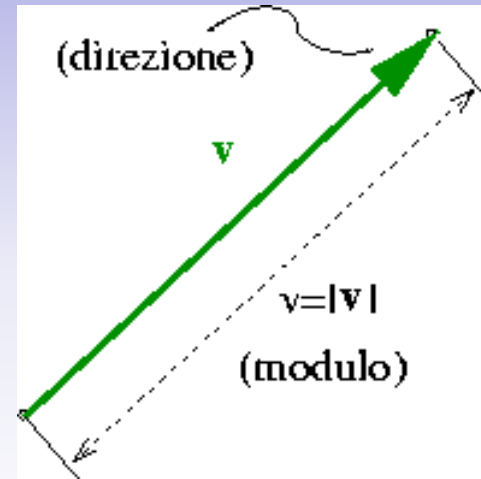
Uno scalare è contraddistinto solo da

- Un'intensità, positiva o negativa

Un vettore è contraddistinto da

- Una direzione ed un verso
- Un modulo (o intensità), definito positivo

$$l=3.14\text{m}$$



Esempi di grandezze scalari e vettoriali

Sono esempi di scalari:

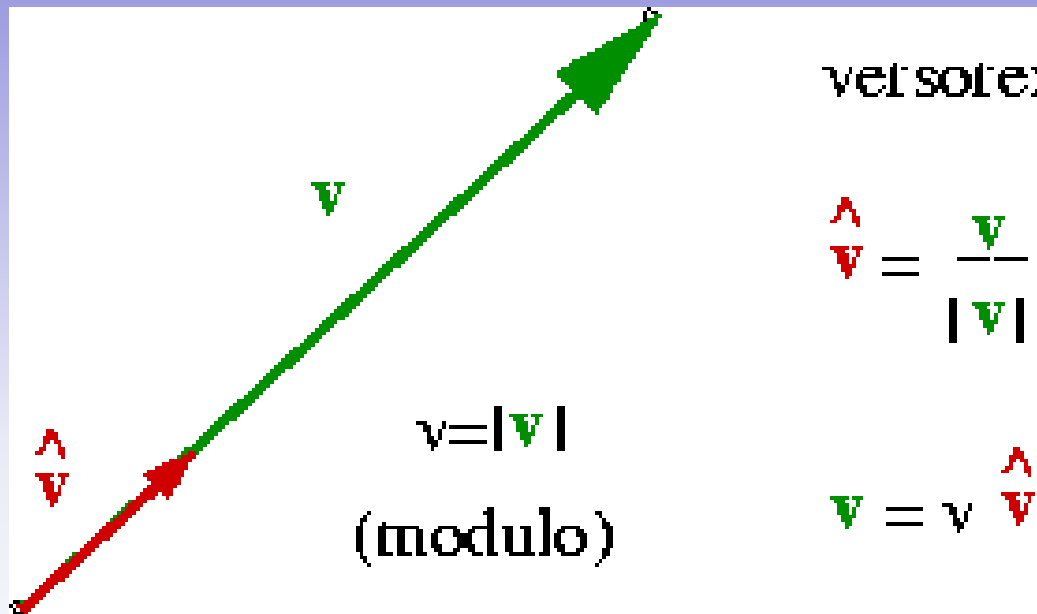
- Temperatura
- Pressione
- Tempo
- Energia
- Somma di denaro
- Area di un campo
- Massa di un oggetto
- La resistenza elettrica

Sono esempi di vettori:

- Posizione in 3D
- Velocità
- Accelerazione
- Forza
- Corrente di un fiume
- Campo elettrico

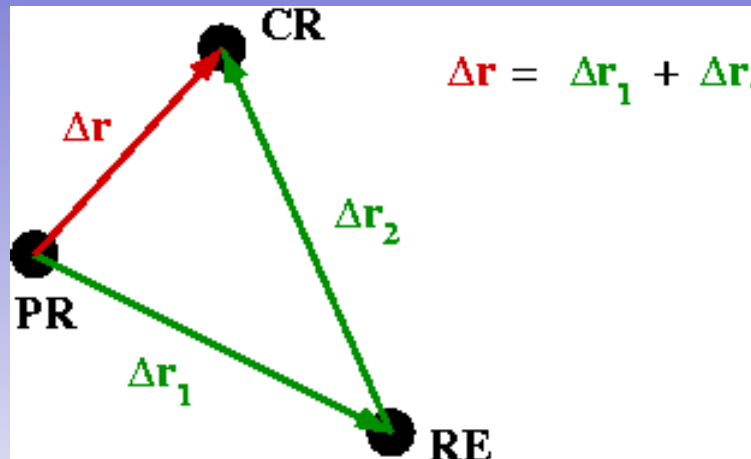
Il versore

È un vettore unitario. È un vettore di modulo=1 disposto in una particolare direzione. Il versore di un vettore si ottiene dividendo il vettore per il suo modulo.

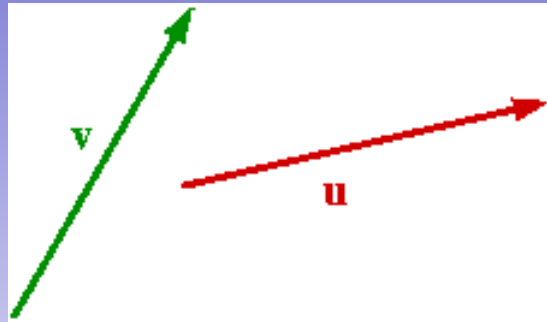


Somma di vettori

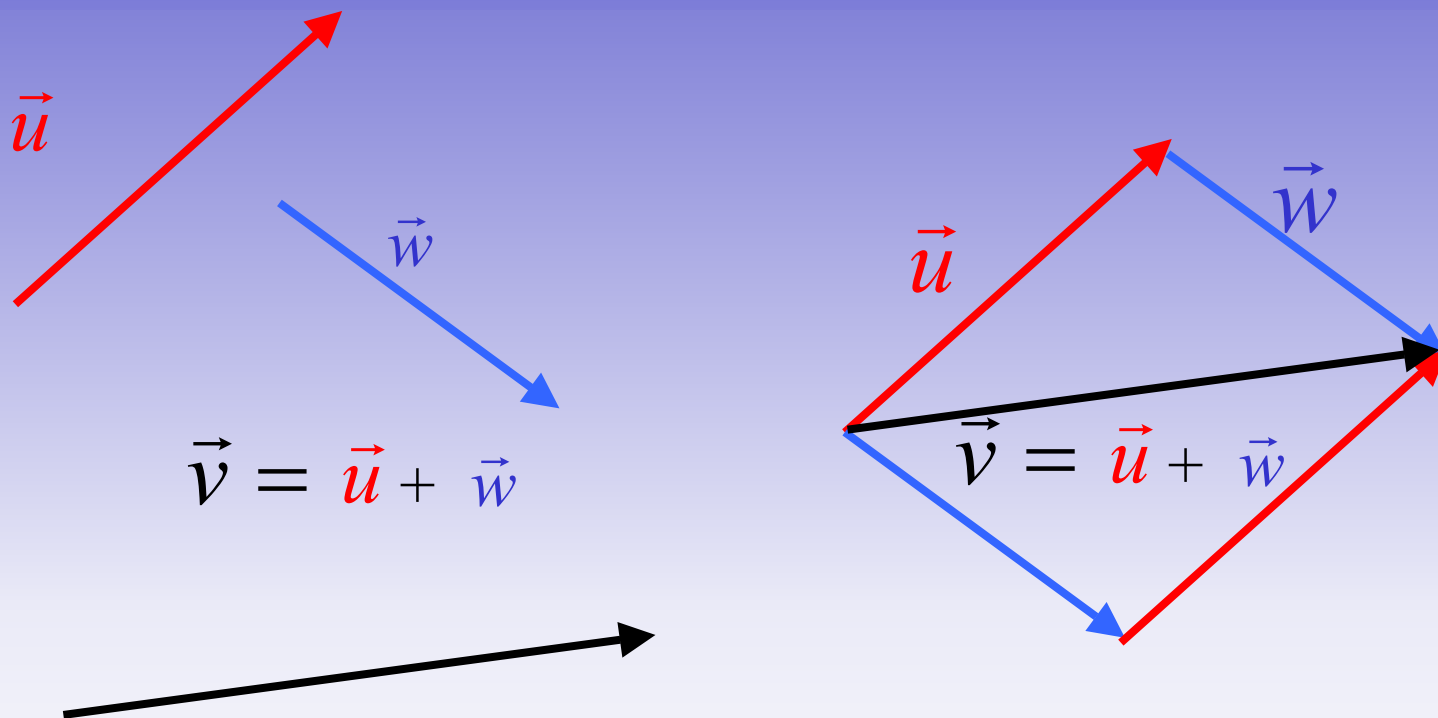
Mi sposto da Parma a Reggio, poi da Reggio a Cremona.
Che spostamento totale?



Metodo punta coda



Regola del parallelogramma



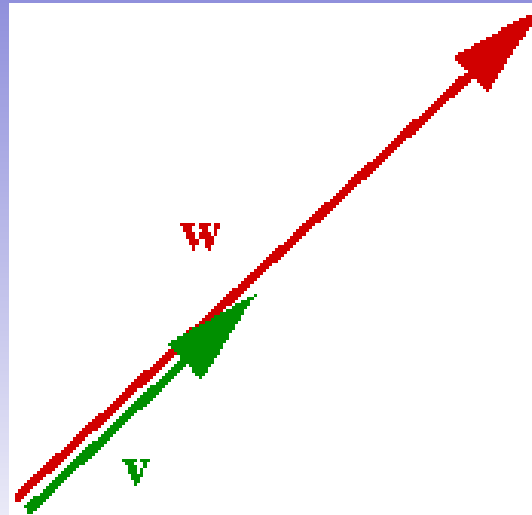
Prodotto di un vettore per uno scalare

$$a\vec{v} = \vec{w}$$

è definito così :

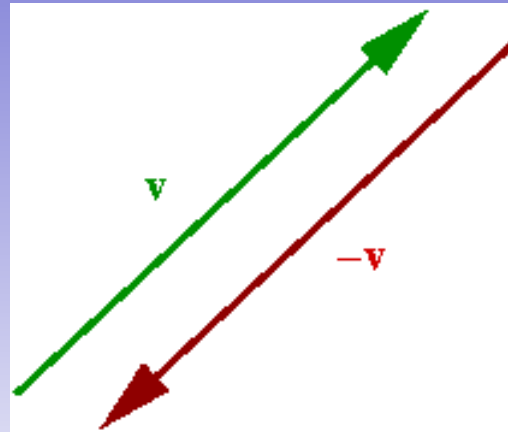
$$|w| = a |v|$$

$$\hat{w} = \hat{v}$$



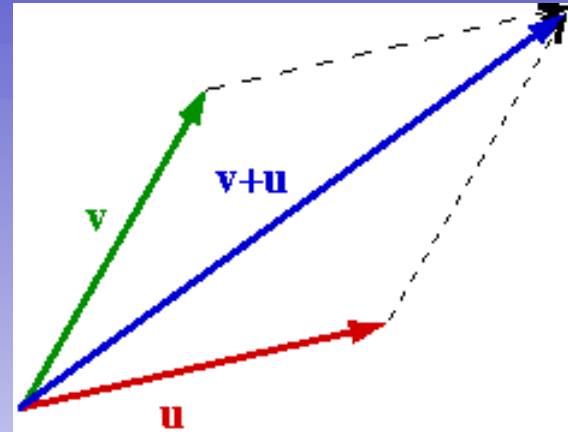
Opposto di un vettore

$$-\vec{v} = -1\vec{v}$$

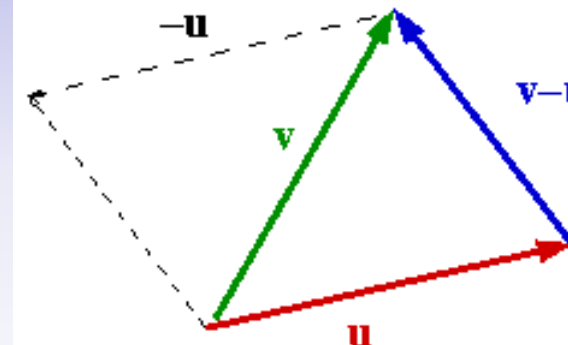


Somme algebriche tra vettori

$$\mathbf{v} + \mathbf{u}$$



$$\mathbf{v} - \mathbf{u} = \mathbf{v} + (-\mathbf{u})$$



Proprietà della somma tra vettori

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \quad (\text{commutativa})$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \quad (\text{associativa})$$

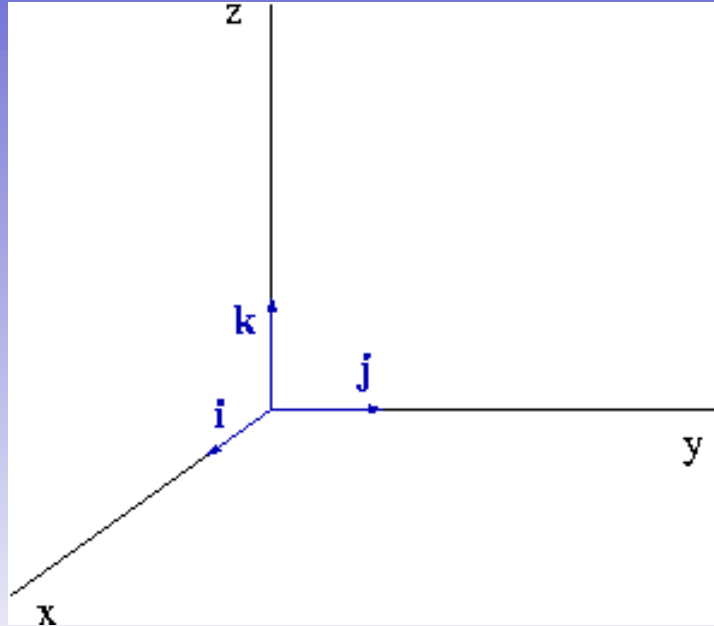
Componenti cartesiane di un vettore

In 3D definiamo tre versori:

$$\mathbf{i} = \hat{x}$$

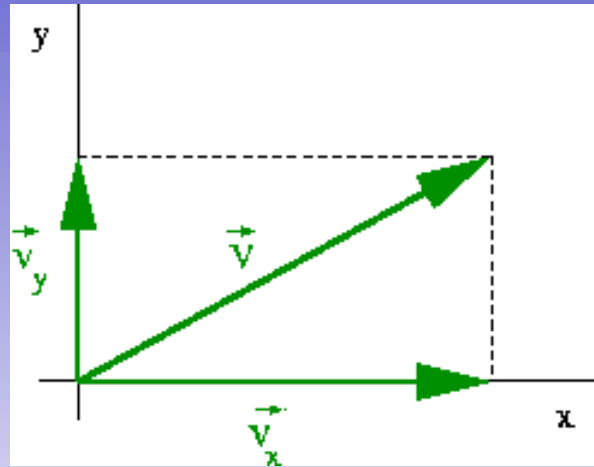
$$\mathbf{j} = \hat{y}$$

$$\mathbf{k} = \hat{z}$$



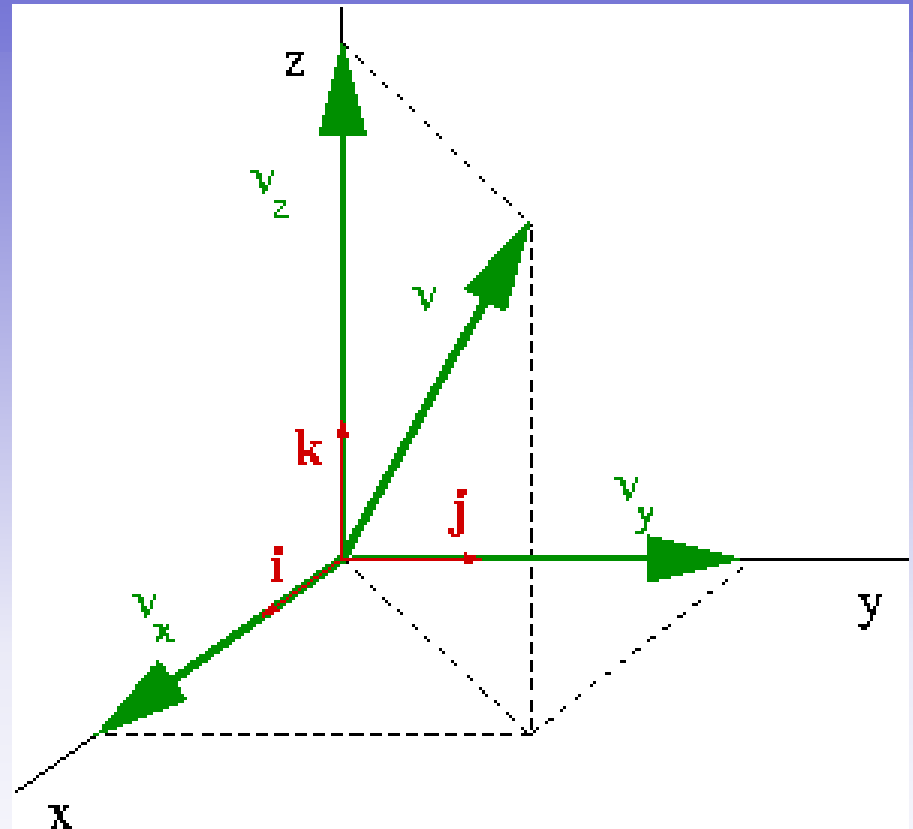
Esempio in 2D:

Assi cartesiani
Vettore dall'origine
Componente x
Componente y
Vettori Componenti



In 3D vale lo stesso:

Solo che ci sono 3 componenti:



La somma con il metodo analitico

Per semplicità in due dimensioni

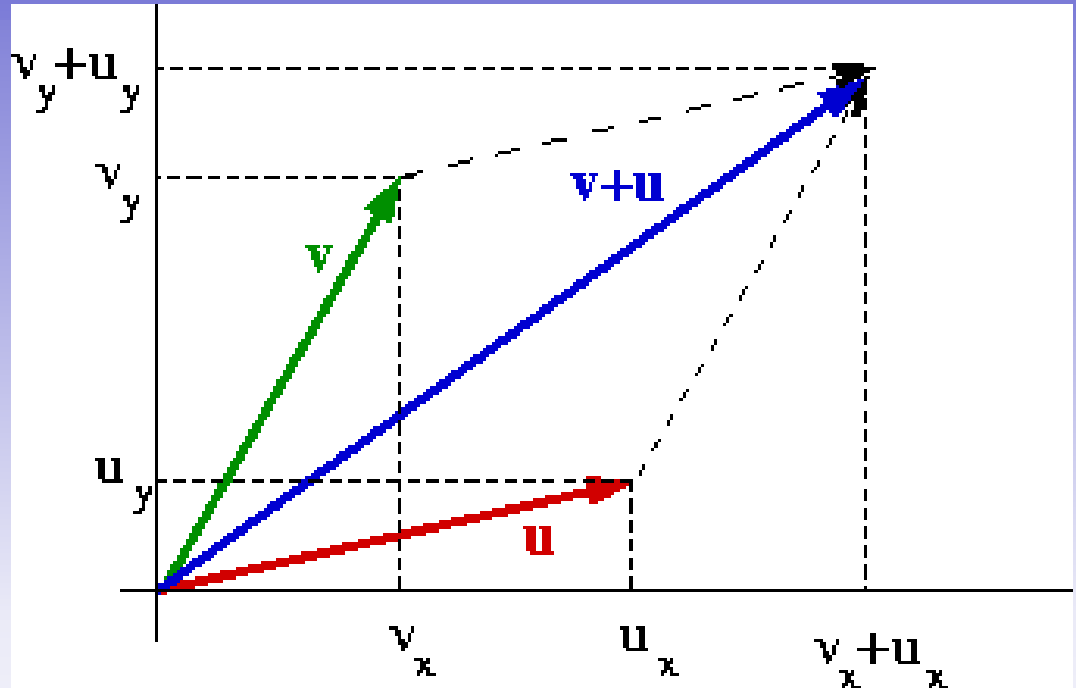
consideriamo le componenti dei
due vettori addendi

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j}$$

$$\mathbf{u} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j}$$

le componenti del **vettore somma**:

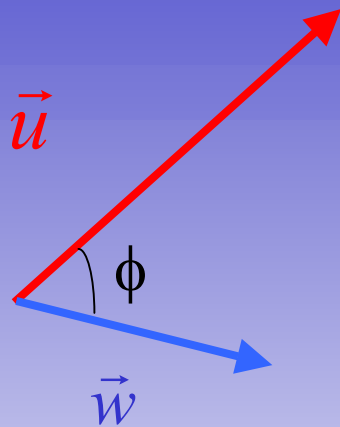
$$\mathbf{v} + \mathbf{u} = (v_x + u_x) \mathbf{i} + (v_y + u_y) \mathbf{j}$$



Prodotto tra due vettori:

- Prodotto scalare
- Prodotto vettoriale

Prodotto scalare



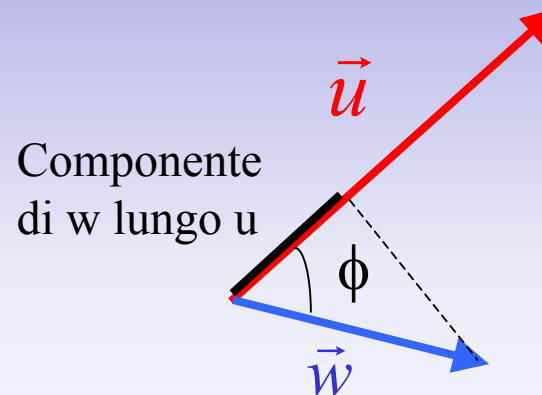
NB:

$$\vec{u} \bullet \vec{w} = \vec{w} \bullet \vec{u} \text{ (propr. commutativa)}$$

evidenziando le componenti:

$$\vec{u} \bullet \vec{w} = (u \cos \phi)w = u(w \cos \phi)$$

$$\vec{u} \bullet \vec{w} = uw \cos \phi$$



Componente
di w lungo u

NB da definizione, se due vettori sono ortogonali il loro prodotto scalare è nullo

Prodotto scalare con le componenti cartesiane

$$\begin{aligned}\vec{u} \bullet \vec{w} &= (u_x \hat{i} + u_y \hat{j} + u_z \hat{k}) \bullet (w_x \hat{i} + w_y \hat{j} + w_z \hat{k}) = \\ &= u_x w_x + u_y w_y + u_z w_z\end{aligned}$$

NB questo può essere utile per calcolare l'angolo ϕ tra due vettori di cui siano date le componenti cartesiane