PROBLEMI DI FISICA

LA CINEMATICA

Moti unidimensionali – Moti nel piano

1. MOTI UNIDIMENSIONALI

PROBLEMA N. 1

Rappresentare graficamente le seguenti leggi del moto rettilineo uniforme e commentarle:

1) S = 10 -2t 2) S = 5t 3) S = -20 + 3t 4) S = 15 + 4t

SOLUZIONE

Procedura: il grafico della legge del moto rettilineo uniforme è una retta, e per disegnarla abbiamo bisogno di due punti che vengono così individuati:

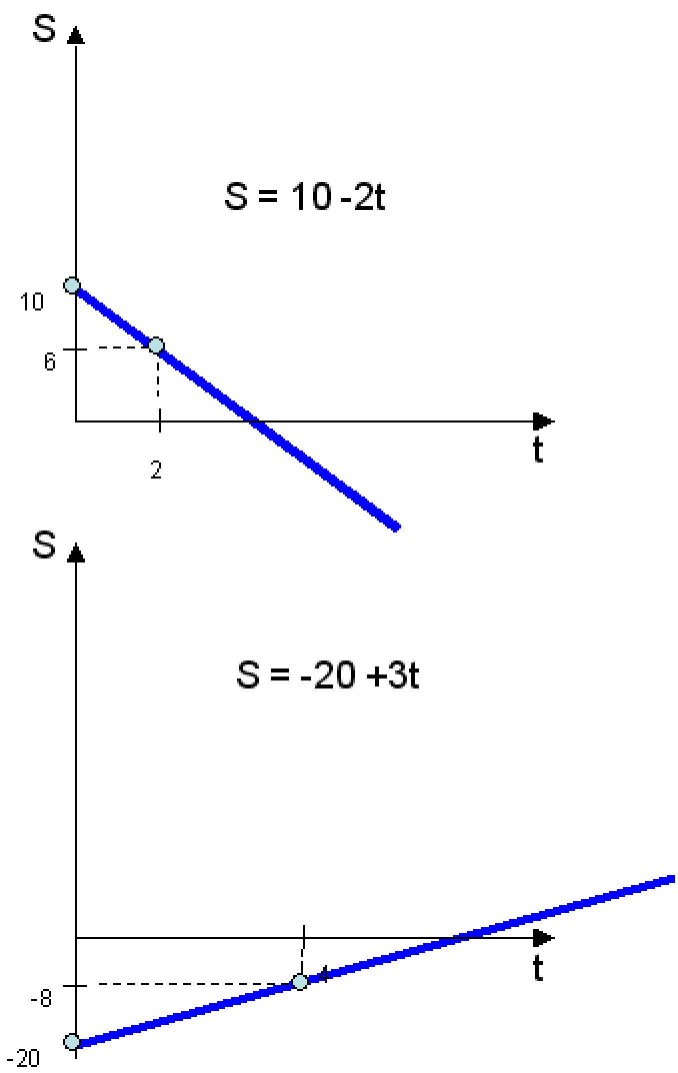
un punto è dato dalla posizione iniziale S_0, che è situato sull'asse delle S in quanto rappresenta l'intersezione della retta con l'asse stesso, l'altro punto si individua assegnando arbitrariamente alla variabile tempo t un valore positivo che va sostituito nella legge del moto per ricavare la variabile S.

$S = 10 - 2t \Rightarrow t = 2; S = 10 - 2 \cdot 2 = 6 \Rightarrow$ I due punti sono: A = (0; 10) B = (2; 6)

$S = 5t \Rightarrow t = 3; S = 5 \cdot 3 = 15 \Rightarrow$ I due punti sono: A = (0 ; 0) B = (3; 15)

$S = -20 + 3t \Rightarrow t = 4; S = -20 + 3 \cdot 4 = -8 \Rightarrow$ I due punti sono: A = (0 ; -20) B = (4; -8)

$S = 15 + 4t \Rightarrow t = 1; S = 15 + 4 \cdot 1 = 19 \Rightarrow$ I due punti sono: A = (0 ; 15) B = (1; 19)



- $S = 10 - 2t \Rightarrow$ Si tratta di un punto materiale che si muove di moto rettilineo uniforme: parte dalla posizione iniziale di 10 m e percorre la traiettoria verso sinistra (all'indietro rispetto al punto di partenza) con la velocità costante di 2 m/s

- $S = 5t \Rightarrow$ Si tratta di un punto materiale che si muove di moto rettilineo uniforme: parte dall'origine del sistema di riferimento e percorre la traiettoria verso destra (in avanti rispetto al punto di partenza) con la velocità costante di 5 m/s

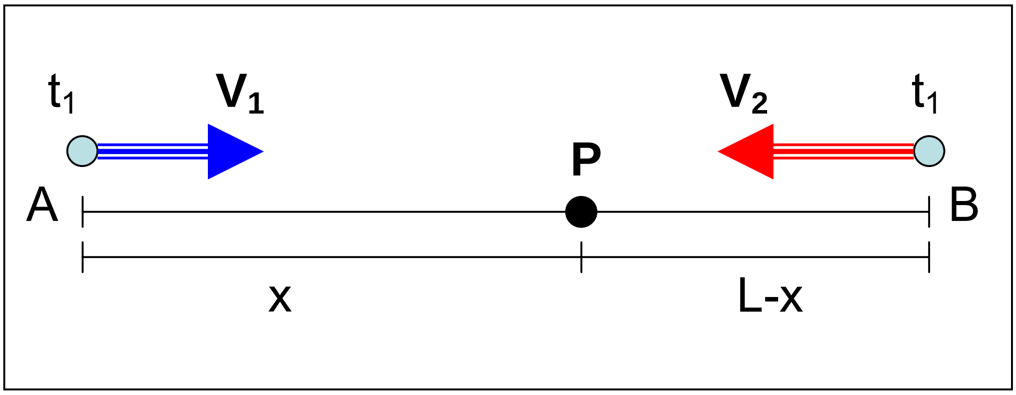
- $S = -20 + 3t \Rightarrow$ Si tratta di un punto materiale che si muove di moto rettilineo uniforme: parte dalla posizione iniziale di -20 m (alla sinistra dell'origine del sistema di riferimento) e percorre la traiettoria verso destra (in avanti rispetto al punto di partenza) con la velocità costante di 3 m/s

- $S = 15 + 4t \Rightarrow$ Si tratta di un punto materiale che si muove di moto rettilineo uniforme: parte dalla posizione iniziale di 15 m e percorre la traiettoria verso destra (in avanti rispetto al punto di partenza) con la velocità costante di 4 m/s

Problema N. 2

Anna e Lucia, che abitano a 15 km di distanza, decidono di incontrarsi. Anna parte alle $16^h\ 18^m$ con la sua bicicletta alla velocità di 20 km/h; Lucia parte alle $16^h\ 24^m$ e tiene una velocità di 25 km/h. A che ora s'incontrano e in quale posizione?

Soluzione



Indichiamo con:

AP = x il punto nel quale A e B si incontrano

Ovviamente, poiché il problema chiede di determinare l'ora di incontro, il **tempo impiegato da A e B per raggiungere il punto P è lo stesso**, solo che bisogna tener presente che B parte con 6 minuti di ritardo:

$$1)\quad t_A = \frac{x}{V_1} \qquad\qquad 2)\quad t_B = \frac{L-x}{V_2} + 0{,}1$$

$$t_A = t_B \Rightarrow \frac{x}{V_1} = \frac{L-x}{V_2} + 0{,}1 \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{15-x}{25} + 0{,}1 \Rightarrow 5x = 60 - 4x + 10 \Rightarrow 9x = 70 \Rightarrow x = 7{,}8\text{km}$$

notare: le velocità sono espresse in km/h, le distanze in km per cui i 6 minuti di ritardo vanno trasformati in ore ($6^m = 6/60 = 0{,}1^h$).

Per trovare l'ora d'incontro, possiamo utilizzare indifferentemente la 1) o la 2):

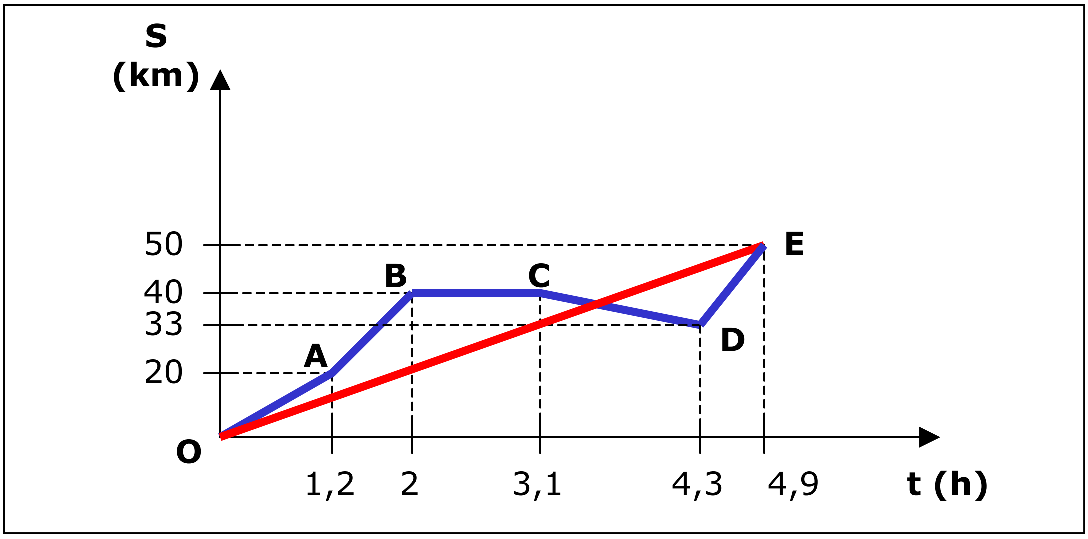
$$t_A = \frac{x}{V_1} = \frac{7{,}8}{20} = 0{,}39^h$$

Trasformando le ore in minuti: $0{,}39 \cdot 60 = 23^m$, otteniamo che:

$$t_{incontro} = 16^h\ 18^m + 23^m = 16^h\ 41^m$$

PROBLEMA N. 3

Nel grafico seguente (linea blu) è mostrata la legge oraria del moto di un punto materiale. Calcolare la velocità dell'oggetto nei vari intervalli di tempo e la velocità media (pendenza linea rossa) su tutta la durata del moto.



SOLUZIONE

La velocità verrà calcolata attraverso la sua definizione:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_{Finale} - S_{Iniziale}}{t_{Finale} - t_{Iniziale}}$$

$\text{Tratto} - OA - \Rightarrow V_{OA} = \frac{20}{1,2} = 16,7 km/h = 4,6 m/s \Rightarrow$ Il punto materiale si muove in avanti con V = cost

$\text{Tratto} - AB - \Rightarrow V_{AB} = \frac{40-20}{2-1,2} = 25 km/h = 6,9 m/s \Rightarrow$ Il punto materiale si muove in avanti con V=cost

$\text{Tratto} - BC - \Rightarrow V_{BC} = 0 \Rightarrow$ Il punto materiale è fermo

$\text{Tratto} - CD - \Rightarrow V_{CD} = \frac{33-40}{4,3-3,1} = -5,8 km/h = 1,6 m/s \Rightarrow$ Il punto materiale torna indietro con V = cost

$\text{Tratto} - DE - \Rightarrow V_{DE} = \frac{50-33}{4,9-4,3} = 28,3 km/h = 7,9 m/s \Rightarrow$ Il punto materiale si muove in avanti V = cost

La velocità media è quella velocità costante (pendenza linea blu) che il punto materiale dovrebbe tenere per percorrere il tratto S = 50 km nel tempo t = 4,9 h :

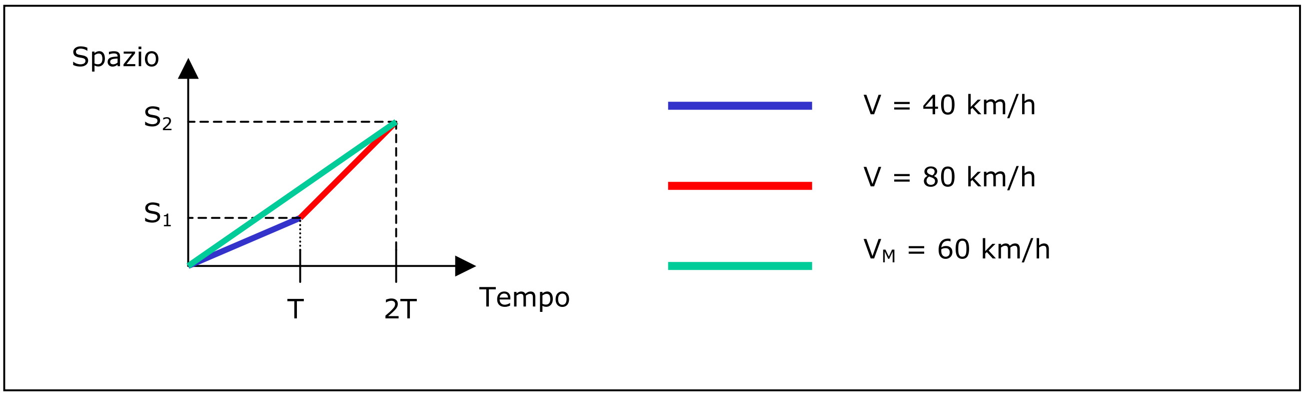
$$V_{media} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{50}{4,9} = 10,2 km/h = 2,8 m/s$$

PROBLEMA N. 4

Un'automobile viaggia per un certo tempo T alla velocità di 40 km/h e poi per lo stesso tempo alla velocità di 80 km/h. Trovare la velocità media.

SOLUZIONE

Analizziamo il problema prima graficamente, riportando sugli assi cartesiani le due velocità (40 km/h linea blu; 80 km/h) e quindi quella media (linea verde):



La velocità media si ottiene dalla sua definizione, tenendo presente che in ogni T lo spazio percorso è diverso :

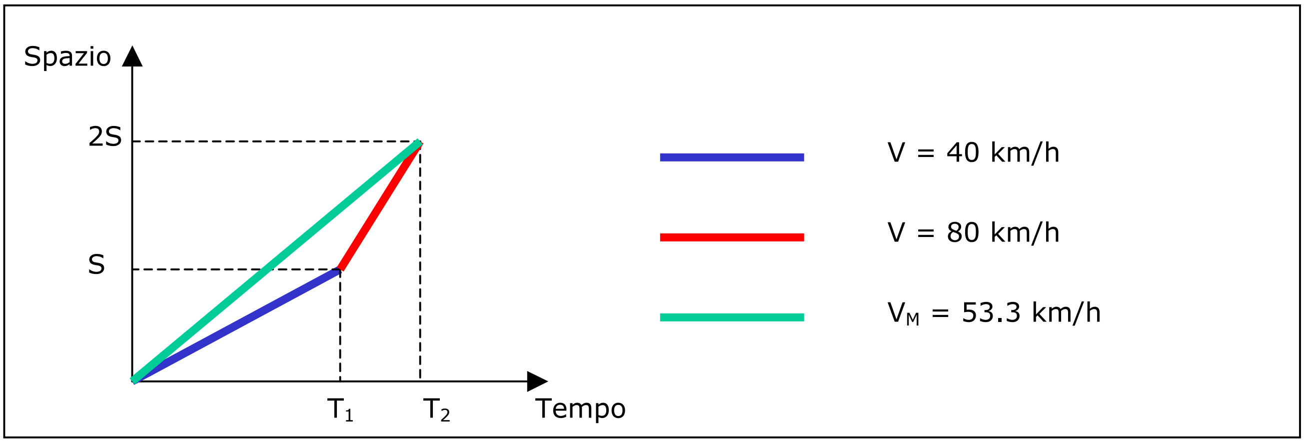
$$V_M = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{V_1 \cdot T + V_2 \cdot T}{T + T} = \frac{\cancel{T} \cdot (V_1 + V_2)}{2\cancel{T}} = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{40 + 80}{2} = 60 km/h$$

PROBLEMA N. 5

Un'automobile viaggia per un certo tempo T alla velocità di 40 km/h, percorrendo un cammino S, e poi per lo stesso tragitto S alla velocità di 80 km/h. Trovare la velocità media.

SOLUZIONE

Analizziamo il problema prima graficamente, riportando sugli assi cartesiani le due velocità (40 km/h linea blu; 80 km/h) e quindi quella media (linea verde):



La velocità media si ottiene dalla sua definizione, tenendo presente che in T_1 e T_2 l'automobile percorre lo stesso tragitto S :

$$V_M = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S+S}{\frac{S}{V_1}+\frac{S}{V_2}} = \frac{2\cancel{S}}{\cancel{S}\cdot\left(\frac{1}{V_1}+\frac{1}{V_2}\right)} = \frac{2}{\frac{1}{V_1}+\frac{1}{V_2}} = \frac{2}{\frac{V_2+V_1}{V_1\cdot V_2}} = \frac{2V_1\cdot V_2}{V_1+V_2} = \frac{2\cdot 40\cdot 80}{40+80} = 53.3\text{km}/\text{h}$$

PROBLEMA N. 6

Un'automobile, durante una frenata uniforme, passa in un minuto dalla velocità di 40 km/h a quella di 28 km/h. Trovare il valore dell'accelerazione e dello spazio percorso

SOLUZIONE

La macchina passando da una velocità iniziale di 40 km/h a quella finale di 28 km/h, subisce una decelerazione data da:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_F - V_I}{t} = \frac{7.8-11.1}{60} = -0{,}055\text{m}/\text{s}^2$$

notare:

- 40 km/h = 11.1 m/s 28 km/h = 7.8 m/s 1 minuto = 60 secondi
- il valore negativo dell'accelerazione sta ad indicare che la macchina decelera

Poiché la decelerazione avviene in modo costante, si tratta di un moto uniformemente accelerato descritto dalla seguente legge del moto:

$$S = V_0\cdot t + \frac{1}{2}a\cdot t^2 = 11.1\cdot 60 - \frac{1}{2}\cdot 0{,}055\cdot 60^2 = 567\text{m}$$

PROBLEMA N. 7

Un treno si muove tra due stazioni, poste a 1,5 km di distanza. Percorre la prima metà del tragitto di moto uniformemente accelerato e la seconda di moto uniformemente ritardato. Data la velocità massima di 50 km/h, calcolare il valore dell'accelerazione e il tempo totale di percorrenza.

SOLUZIONE

Bisogna risolvere un sistema di due equazioni formate dalle leggi del moto e della velocità, che ammetterà come soluzione l'accelerazione "a" ed il tempo totale di percorrenza "T", tenendo presente che il tempo della fase di accelerazione è lo stesso di quello della fase di decelerazione, così come i due tragitti:

$$\begin{cases} \frac{S}{2} = \frac{1}{2}a\cdot\left(\frac{T}{2}\right)^2 \\ V_{Max} = a\cdot\frac{T}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 750 = \frac{1}{2}a\cdot\left(\frac{T}{2}\right)^2 \\ 13{,}9 = a\cdot\frac{T}{2} \end{cases}$$

Applichiamo il metodo di sostituzione, ricavando T dalla seconda equazione e sostituendola nella prima equazione:

$$\begin{cases} T = \dfrac{27.8}{a} \\ 750 = \dfrac{1}{2} a \cdot \left(\dfrac{27.8}{2a} \right)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{27.8}{a} \\ 750 = \dfrac{1}{2} \cancel{a} \cdot \dfrac{773}{4a^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{27.8}{a} \\ 6000a = 773 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{27.8}{a} = \dfrac{27.8}{0{,}13} = 214 s \\ a = \dfrac{773}{6000} = 0{,}13 m/s^2 \end{cases}$$

Problema N. 8

Un'automobile viaggia a 120 km/h (33.3 m/s). Visto un ostacolo, il conducente riesce a fermarsi in 110 m. Qual è l'accelerazione e quanto tempo impiega?

Soluzione

Tenendo presente che la macchina decelera, quindi l'accelerazione è negativa, e che la velocità finale è nulla, perché dopo 110 m la macchina si ferma, le leggi da applicare sono le seguenti:

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow S = V_I \cdot T - \dfrac{1}{2} a \cdot T^2 \\ (2) \Rightarrow V_F = V_I - a \cdot T \end{cases}$$

Ricaviamo T dalla seconda equazione:

$$(3) \quad T = \frac{V_I}{a}$$

e sostituiamola nella prima, otteniamo un'equazione nella sola incognita "a":

$$S = V_I \cdot \frac{V_I}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{V_I}{a} \right)^2 = \frac{V_I^2}{a} - \frac{1}{2} \cancel{a} \cdot \frac{V_I^2}{a^2} = \frac{V_I^2}{a} - \frac{V_I^2}{2a}$$

la cui soluzione è:

$$2a \cdot S = 2V_I^2 - V_I^2 \Rightarrow 2a \cdot S = V_I^2 \Rightarrow a = \frac{V_I^2}{2S} = \frac{33.3^2}{2 \cdot 110} = 5.04 m/s^2$$

A questo punto, utilizzando la (3), calcoliamo il tempo di arresto:

$$T = \frac{33.3}{5.04} = 6.61 s$$

PROBLEMA N. 9

Un'automobile viaggia a 120 km/h (33.3 m/s). Visto un ostacolo, il conducente riesce a fermarsi in 110 m. Qual è l'accelerazione e quanto tempo impiega?

SOLUZIONE

Tenendo presente che la macchina decelera, quindi l'accelerazione è negativa, e che la velocità finale è nulla, perché dopo 110 m la macchina si ferma, le leggi da applicare sono le seguenti:

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow S = V_I \cdot T - \frac{1}{2} a \cdot T^2 \\ (2) \Rightarrow V_F = V_I - a \cdot T \end{cases}$$

Ricaviamo T dalla seconda equazione:

$$(3) \quad T = \frac{V_I}{a}$$

e sostituiamola nella prima, otteniamo un'equazione nella sola incognita "a":

$$S = V_I \cdot \frac{V_I}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{V_I}{a}\right)^2 = \frac{V_I^2}{a} - \frac{1}{2} \cancel{a} \cdot \frac{V_I^2}{a^2} = \frac{V_I^2}{a} - \frac{V_I^2}{2a}$$

la cui soluzione è:

$$2a \cdot S = 2V_I^2 - V_I^2 \Rightarrow 2a \cdot S = V_I^2 \Rightarrow a = \frac{V_I^2}{2S} = \frac{33.3^2}{2 \cdot 110} = 5.04 m/s^2$$

A questo punto, utilizzando la (3), calcoliamo il tempo di arresto:

$$T = \frac{33.3}{5.04} = 6.61 s$$

PROBLEMA N. 10

Una palla viene lanciata da terra verso l'alto con una velocità iniziale V_i = 12 m/s.

1. Quanto tempo impiega a raggiungere il punto più alto della traiettoria?
2. Quanto vale l'altezza massima raggiunta?
3. Dopo quanto tempo ricade a terra?
4. Con che velocità tocca terra?

SOLUZIONE

1. Poiché si tratta del moto di un grave, la legge da applicare è la seguente:

$$g = \frac{V_F - V_I}{t} \Rightarrow g = \frac{-V_I}{t} \Rightarrow t = \frac{-V_I}{g} = \frac{-12}{-9.8} = 1.2 s$$

NOTARE:

- Nel punto più alto raggiunto la palla si ferma, quindi $V_{Finale} = 0$
- Nel moto verso l'alto la forza di gravita, quindi "g", agisce nel verso opposto, per cui la "g" è negativa

2. Per calcolare la massima altezza raggiunta, applichiamo la legge del moto di un grave:

$$S = V_I \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 12 \cdot 1.2 - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 1.2^2 = 7.3m$$

3. Il tempo di caduta è uguale a quello di salita (perché???)

4. Per calcolare la velocità con la quale la palla tocca terra, basta applicare la stessa legge al punto 1., tenendo presente che in questo caso la velocità iniziale è nulla e la "g" è positiva:

$$V_F = g \cdot t = 9.8 \cdot 1.2 = 12m/s$$

NOTARE:

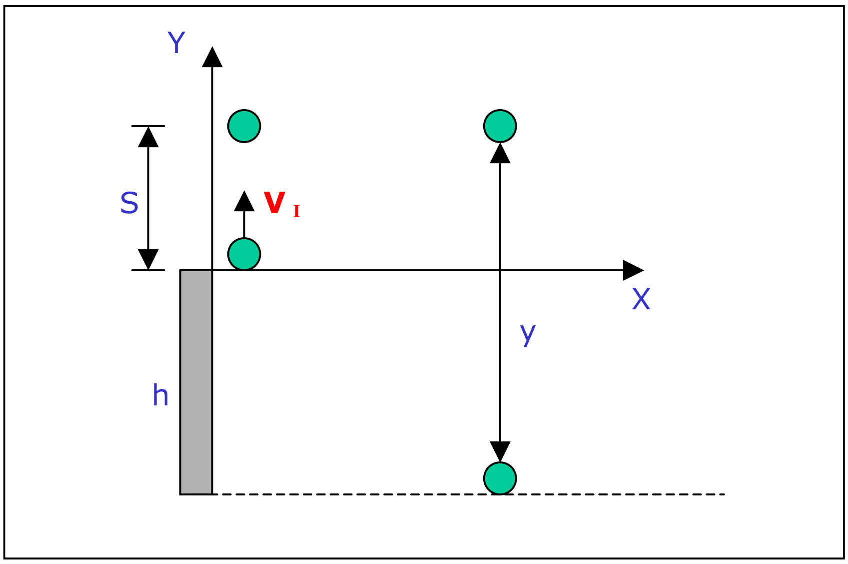
- La velocità finale coincide con quella iniziale (perché???).

Problema N. 11

Un uomo lancia un sasso dal tetto di un palazzo verso l'alto, con una velocità di 12.25m/s. Il sasso raggiunge il suolo dopo 4.25 s. Si calcoli:

1. L'altezza del palazzo
2. La massima altezza raggiunta dal sasso rispetto a terra
3. La velocità con cui il sasso tocca il suolo

Soluzione



Per calcolare lo spazio S percorso nella fase di salita, dobbiamo prima calcolare il tempo impiegato per percorrerlo, tenendo presente che la velocità raggiunta nel punto più alto è nulla e che la "g" in questa fase è negativa:

$$g = \frac{V_F - V_I}{T_{salita}} \Rightarrow g = \frac{-V_I}{T_{salita}} \Rightarrow T_{salita} = \frac{-V_I}{g} = \frac{-12.25}{-9.8} = 1.25s$$

quindi:

$$S = V_I \cdot T_{salita} - \frac{1}{2} g \cdot T_{salita}^2 = 12.25 \cdot 1.25 - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 1.25^2 = 7.7m$$

A questo punto siamo in grado di calcolare la massima altezza raggiunta dal sasso rispetto a terra:

$$y = \frac{1}{2} g \cdot T_{caduta} = \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 3^2 = 44.1m$$

dove: $T_{caduta} = T_{totale} - T_{salita} = 4.25 - 1{,}25 = 3s$

Pertanto l'altezza del palazzo sarà:

$$h = y - S = 44.1 - 7.7 = 36.4m$$

In conclusione, la velocità di arrivo al suolo sarà:

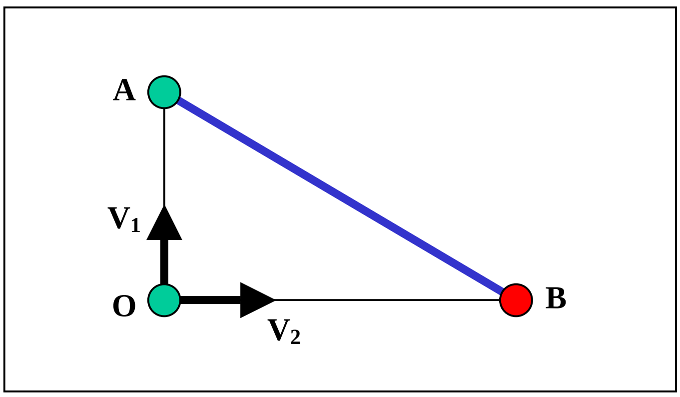
$$V_F = g \cdot T_{caduta} = 9.8 \cdot 3 = 29.4m/s$$

PROBLEMA N. 12

Due macchina viaggiano di moto uniforme lungo due strade rettilinee formanti tra loro un angolo retto. Calcolare a quale distanza, in linea d'aria, si trovano dopo 10 minuti, supponendo che le macchina sino partire allo stesso istante dall'incrocio delle due strade con velocità, rispettivamente, di 90 km/h e 144 km/h.

SOLUZIONE

Schematizziamo innanzitutto il problema:



ed osserviamo che la macchina B, essendo più veloce della macchina A, in 10 minuti percorrerà un tratto più lungo, infatti:

$$S_{OA} = V_1 \cdot t = 90 \cdot 0{,}17 = 15{,}3km \qquad S_{OB} = V_2 .t = 144 \cdot 0{,}17 = 24{,}5km$$

dove: 10 minuti = 10/60=0,17 ore

La distanza in linea d'aria tra le due macchine non è altro che l'ipotenusa AB del triangolo rettangolo OAB, che calcoliamo con il teorema di Pitagora:

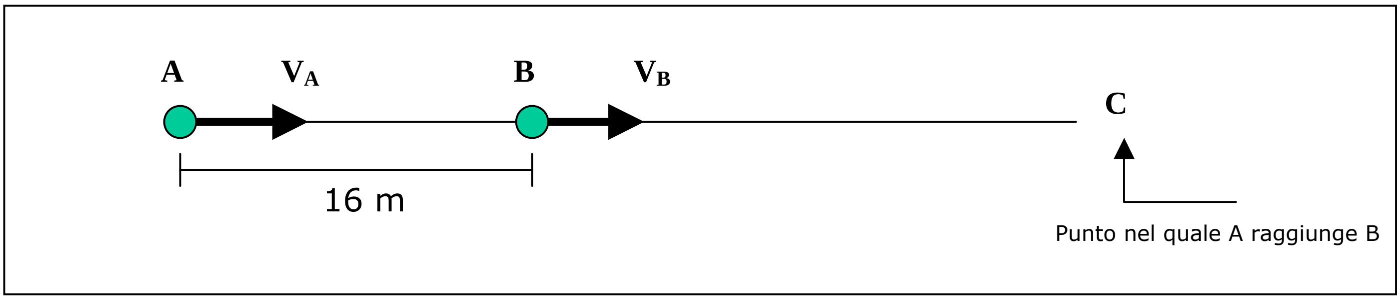
$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{15{,}3^2 + 24{,}5^2} = 28{,}9km$$

PROBLEMA N. 13

Due atleti, "A" e "B", stanno facendo una gara. "A" parte 16 m dietro a "B" correndo alla velocità di 9 m/s. Se "B" corre alla velocità di 8 m/s, calcolare dopo quanto tempo "A" raggiungerà "B" e lo spazio percorso.

SOLUZIONE

Schematizziamo il problema:



Quando A raggiungerà B nel punto C, ovviamente le posizioni dei due punti saranno le stesse rispetto all'origine del sistema di riferimento, scelto in A, per cui per calcolare il tempo del raggiungimento basta confrontare queste posizioni, tenendo presente che si tratta di un moto rettilineo uniforme :

$$\begin{cases} S_A = V_A \cdot t \\ S_B = 16 + V_B \cdot t \end{cases} \Rightarrow S_A = S_B \Rightarrow V_A \cdot t = 16 + V_B \cdot t \Rightarrow V_A \cdot t - V_B \cdot t = 16 \Rightarrow t \cdot (V_A - V_B) = 16 \Rightarrow$$

$$t = \frac{16}{V_A - V_B} = \frac{16}{9-8} = 16s$$

Pertanto, lo spazio percorso da A sarà:

$$S_A = 9 \cdot 16 = 144m$$

Problema N. 14

Un automobilista sta viaggiando alla velocità di120 km/h ed il contachilometri segna 32640 km. Ad un certo istante l'automobilista frena e quando la macchina è ferma, legge sul contachilometri 32644 km. Calcolare la decelerazione, supposta costante ed il tempo di frenata.

Soluzione

Essendo un moto uniformemente decelerato, la legge del moto è:

$$S_{Finale} = S_{Iniziale} + V_{Iniziale} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (1)$$

Tenendo presente che alla fine della frenata la macchina è ferma, ossia $V_{Finale} = 0$, l' accelerazione sarà:

$$a = \frac{V_{fin} - V_{ini}}{t} = -\frac{V_{ini}}{t} \quad (2)$$

per cui la (1) diventa un'equazione di 1° grado nella sola incognita tempo:

$$32644 = 32640 + 120 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{120}{\cancel{t}} \cdot t^2 \Rightarrow 4 = 120 \cdot t - 60t \Rightarrow 60t = 4 \Rightarrow t = \frac{4}{60} = 0{,}066^h = 0{,}066 \cdot 60 = 4^m$$

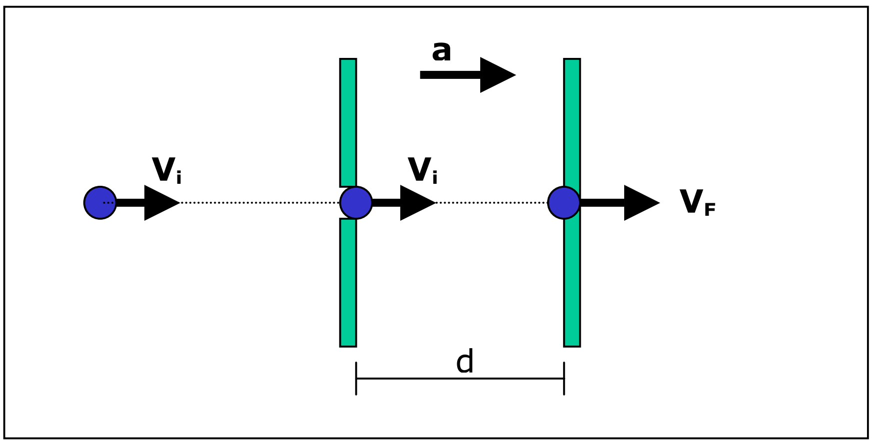
Il valore della decelerazione si ricava applicando la (2):

$$a = -\frac{33{,}3 m/s}{240 s} = -0{,}14 m/s^2$$

Problema N. 15

Un elettrone parte con velocità iniziale di 5 cm/s muovendosi di moto rettilineo uniforme. Esso raggiunge una zona in cui è presente un'accelerazione costante a = 1 cm/s^2 prodotta da un campo elettrico fra due piastre come in figura. Supponendo che tale zona sia lunga d = 30 cm, calcolare:

- quanto tempo impiega l'elettrone a raggiungere la seconda piastra;
- con quale velocità la raggiunge.



Soluzione

- Le equazioni da utilizzare sono quelle del moto uniformemente accelerato. Supponendo di fissare un sistema di riferimento con l'origine degli assi sulla prima piastra, la legge oraria del moto sarà:

$$x_0 = V_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \qquad (1)$$

dove V_i è la velocità costante con la quale l'elettrone giunge sulla prima piastra.

Sostituendo i dati nella (1), otteniamo un'equazione di 2° grado nell'incognita t:

$$30 = 5t + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 + 10t - 60 = 0 \Rightarrow t = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 240}}{2} = \frac{-10 \pm 18{,}4}{2} \Rightarrow t_1 = 4{,}22s \rightarrow t_2 = -14{,}2s$$

dove per ragioni fisiche (un tempo negativo non ha senso) la soluzione negativa viene scartata.

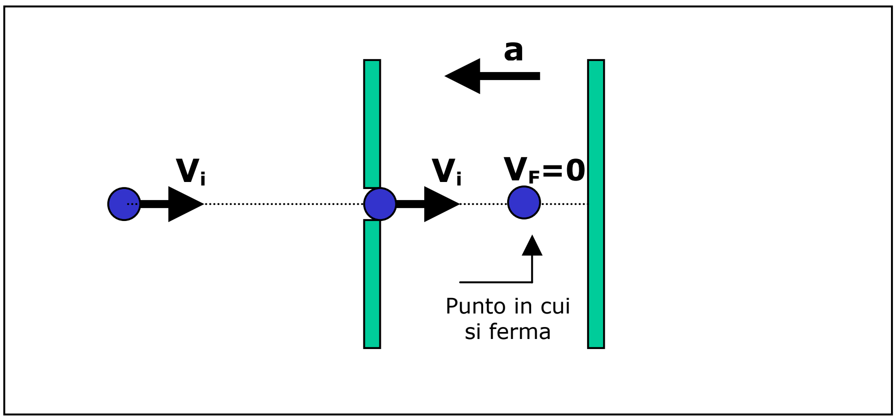
- Per calcolare la velocità con la quale l'elettrone raggiunge la seconda piastra, applichiamo la seguente legge oraria della velocità:

$$v_f = v_i + a \cdot t = 5 + 1 \cdot 4{,}22 = 9{,}22 cm/s$$

Problema N. 16

Un elettrone parte con velocità iniziale di 5 cm/s muovendosi di moto rettilineo uniforme. Esso raggiunge una zona in cui è presente un'accelerazione costante a = -0,5 cm/s^2 prodotta da un campo elettrico fra due piastre come in figura. Calcolare:

- dopo quanto tempo l'elettrone si ferma;
- il punto in cui si ferma;
- cosa succede dopo che si è fermato.



Soluzione

- Le equazioni da utilizzare sono quelle del moto uniformemente accelerato, tenendo presente che l'accelerazione è negativa. Supponendo di fissare l'origine del sistema di riferimento sulla prima piastra, la legge oraria della velocità ci consente di trovare dopo quanto tempo l'elettrone si ferma:

$$v_f = v_i + a \cdot t \Rightarrow 0 = 5 - 0{,}5t \Rightarrow t = \frac{5}{0{,}5} = 10s$$

dove V_i è la velocità costante con la quale l'elettrone giunge sulla prima piastra.

- Applicando la legge oraria del moto, troveremo il punto, rispetto all'origine, in cui si ferma l'elettrone:

$$x = v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 5 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 10^2 = 25cm$$

L'elettrone, nel punto in cui si ferma, sarà sottoposto ad una accelerazione verso sinistra che lo porterà a ripercorrere, con le stesse modalità, il percorso verso destra. dove V_i è la velocità costante con la quale l'elettrone giunge sulla prima piastra.

Problema N. 17

Un corpo parte, ad un certo istante e dall'origine del sistema di riferimento, con velocità costante V_1 = 2m/s. Un secondo corpo parte sempre dall'origine ma dopo un tempo t = 5 sec muovendosi di moto uniformemente accelerato con a = 0,1 m/s^2 e con velocità iniziale nulla.

Calcolare:

- dopo quanto tempo e dove i due corpi s'incontrano;
- qual è la velocità del secondo corpo al momento dell'incontro.

Soluzione

- Il primo corpo si muove di moto uniforme, per cui la distanza percorsa dopo il tempo t = 5 s è data da:

$$d = v_1 \cdot t = 2 \cdot 5 = 10m$$

Dopo il tempo t = 5s il corpo 1 continua a muoversi di moto uniforme, mentre il corpo 2 comincia il suo moto uniformemente accelerato, per cui le leggi orarie del moto saranno:

$$x_1 = d + v_1 \cdot t \qquad\qquad x_2 = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Quando i due corpi s'incontrano, si troveranno nella stessa posizione rispetto all'origine, per cui la condizione da imporre è la seguente:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow d + v_1 \cdot t = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

dove sostituendo i valori, osi ottiene un'equazione di 2° grado nell'incognita t:

$$10 + 2t = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot t^2 \Rightarrow 0{,}05t^2 - 2t - 10 = 0 \Rightarrow t = \frac{2 \pm \sqrt{4+2}}{0{,}1} = \frac{2 \pm 2{,}4}{0{,}1} \Rightarrow t_1 = 44s \rightarrow t_2 = -4s$$

dove per ragioni fisiche (un tempo negativo non ha senso) la soluzione negativa viene scartata.
I due corpi s'incontrano in:

$$x_1 = x_2 = 10 + 2 \cdot 44 = 98m$$

- La velocità con la quale il corpo 2 incontra il corpo 1 viene calcolata utilizzando la legge oraria della velocità:

$$v_2 = a \cdot t = 4{,}4m/s$$

2. Moti nel Piano

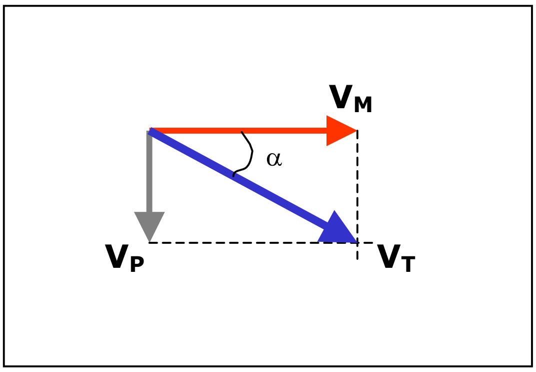
Problema N. 1

Mentre un'automobile viaggia a velocità costante V_M = 12 m/s una palla è lanciata orizzontalmente dal finestrino perpendicolarmente alla direzione di moto della macchina con velocità V_p = 5 m/s.

Calcolare:

- la velocità della palla, $\mathbf{V_T}$, rispetto al suolo in modulo, direzione e verso
- in quale istante toccherà terra, se il finestrino della macchina è a h = 80 cm dal suolo.

Soluzione



- La velocità della palla rispetto al suolo è la risultante della somma vettoriale tra $\mathbf{V_M}$ e $\mathbf{V_P}$, cioè $\mathbf{V_T}$, per cui il suo modulo e argomento sono dati da:

$$V_T = \sqrt{V_M^2 + V_P^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13\,m/s \qquad tg\alpha = \frac{V_P}{V_M} = 0{,}42 \Rightarrow \alpha = 22{,}6°$$

- Dato che la palla viene lasciata cadere con velocità iniziale nulla, l'istante di tempo in cui tocca il suolo viene determinato dall'equazione del moto lungo l'asse di caduta (perpendicolare al piano della figura), che è:

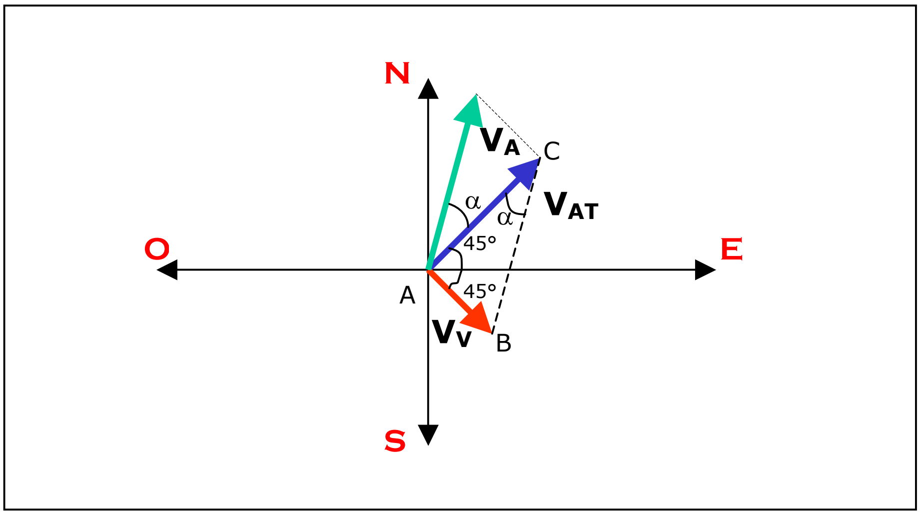
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8}{9{,}8}} = 0{,}41s$$

Problema N. 2

Un pilota vuole volare da una città ad un'altra a nord-est distante 1200 km. Se la velocità costante dell'aereo è V_A = 260 km/h ed il vento soffia verso sud-est con velocità costante V_V = 100 km/h, calcolare:

- In quale direzione deve essere pilotato l'aereo
- Quale sarà la velocità V_{AT} dell'aereo rispetto a terra
- Quanto tempo impiegherà l'aereo a raggiungere la seconda città.

Soluzione



- Il pilota deve dirigere l'aereo in modo che la sua velocità effettiva, V_{AT}, composizione vettoriale di V_A e di V_V, risulti diretta verso la città desiderata, ovvero inclinata di 45° sull'asse O-E.

  Dato che il triangolo ABC è rettangolo in A, deve essere:

$$V_V = V_A \cdot \text{sen}\alpha \Rightarrow \text{sen}\alpha = \frac{V_V}{V_A} = \frac{100}{260} = 0{,}385 \Rightarrow \alpha = 22{,}6°$$

  Il pilota deve perciò dirigere l'aereo in una direzione che formi con O-E un angolo pari a:

$$\beta = \alpha + 45° = 22{,}6° + 45 = 67{,}6°$$

- La velocità dell'aereo rispetto a terra sarà:

$$V_{AT} = \sqrt{V_A^2 - V_V^2} = \sqrt{260^2 - 100^2} = \sqrt{57600} = 240\text{km/h}$$

- Tenendo conto che il moto dell'aereo è rettilineo uniforme, il tempo impiegato sarà:

$$t = \frac{S}{V_{AT}} = \frac{1200}{240} = 5\text{h}$$

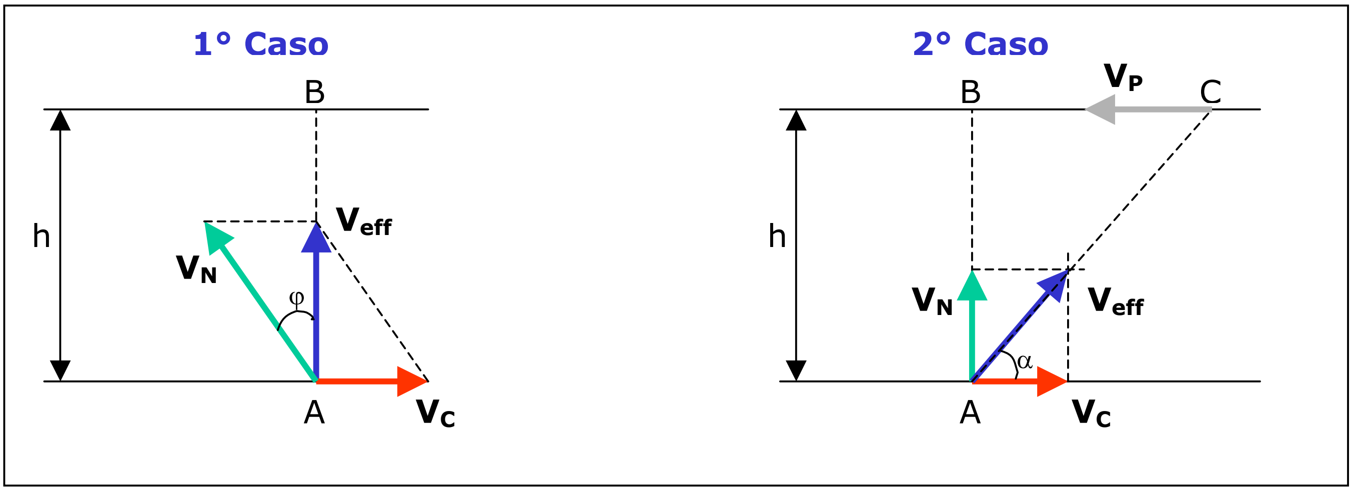
Problema N. 3

Un uomo si trova sulla riva di un fiume largo h = 1 km e vuole raggiungere un punto che si trova di fronte a lui sull'altra riva. Egli può nuotare in una direzione inclinata di un angolo φ con la verticale in modo che per effetto della corrente il suo moto risulti trasversale, oppure può attraversare il fiume partendo in direzione perpendicolare alle sponde e raggiungere a piedi il punto B voluto camminando sull'altra riva. Sapendo che l'uomo può nuotare con velocità costante V_N = 2,5 km/h, può camminare con velocità costante V_P = 4 km/h e che la velocità costante della corrente è V_C = 2 km/h, determinare:

A) quale dei due tragitti è il più rapido
B) l'angolo φ

Soluzione

Rappresentiamo il problema:



- 1° Caso

Se l'uomo vuole raggiungere l'altra sponda nel punto B deve nuotare dirigendosi in una direzione inclinata di un angolo φ sulla congiungente AB in modo che componendo vettorialmente le velocità $\mathbf{V_N}$ e $\mathbf{V_C}$, la velocità risultante $\mathbf{V_{eff}}$ sia diretta lungo AB. Pertanto l'angolo φ sarà dato da:

$$V_C = V_N \operatorname{sen}\varphi \Rightarrow \operatorname{sen}\varphi = \frac{V_C}{V_N} = \frac{2}{2{,}5} = 0{,}80 \Rightarrow \varphi = 53{,}1°$$

Il tempo impiegato a raggiungere B si calcola sapendo che il moto è rettilineo uniforme:

$$T_1 = \frac{h}{V_{eff}} = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}667h = 40{,}02\min = 2401{,}2s$$

dove:

$$V_{eff} = \sqrt{V_N^2 - V_C^2} = \sqrt{2{,}5^2 - 2^2} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5km/h$$

- 2° Caso

Se l'uomo si dirige verso il B l'effetto della corrente lo farà arrivare sulla riva opposta in un punto C con velocità effettiva:

$$V_{eff} = \sqrt{V_N^2 + V_C^2} = \sqrt{2{,}25^2 + 2^2} = \sqrt{10{,}25} = 3{,}2km/h$$

per cui il tempo impiegato sarà:

$$T_2 = \frac{AC}{V_{eff}} = \frac{1{,}28}{3{,}2} = 0{,}4h = 24\min = 1440s$$

dove:

$$h = AC \cdot sen\alpha \Rightarrow AC = \frac{h}{sen\alpha} = \frac{1}{0{,}781} = 1{,}28km$$

con:

$$V_N = V_{eff} \cdot sen\alpha \Rightarrow sen\alpha = \frac{V_N}{V_{eff}} = \frac{2{,}5}{3{,}2} = 0{,}781 \Rightarrow \alpha = 51{,}3°$$

Ora l'uomo deve percorrere a piedi il tratto CB e impiegherà un tempo pari a :

$$T_2^{'} = \frac{CB}{V_P} = \frac{0{,}8}{4} = 0{,}2h = 12m = 720s$$

dove:

$$CB = AC \cdot \cos\alpha = 1{,}28 \cdot \cos 51{,}3° = 0{,}8km$$

Il tempo totale sarà:

$$T_2 + T_2^{'} = 1440 + 720 = 2160s$$

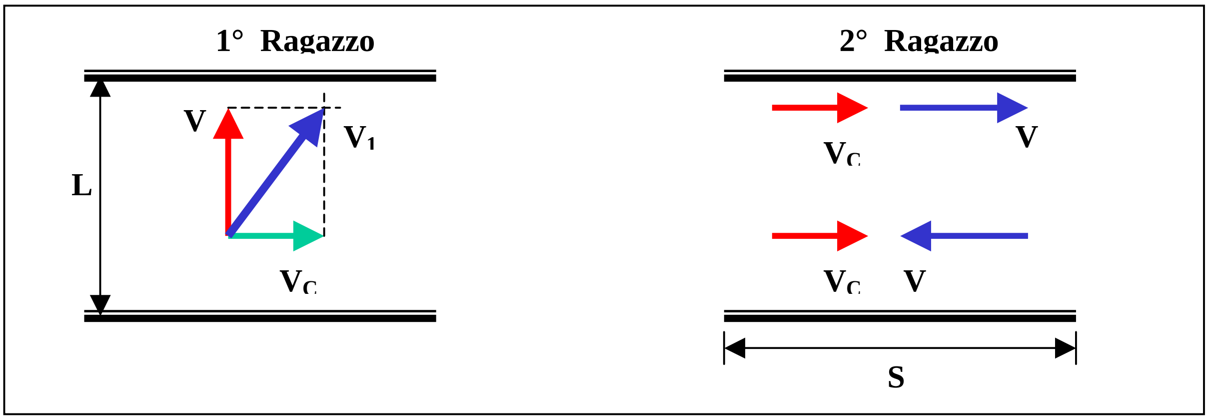
In definitiva il secondo tragitto è più breve del primo.

Problema N. 4

Un ragazzo attraversa a nuoto un fiume largo L = 500 m e ritorna indietro. Un secondo ragazzo nuota per un tratto S = 500 m controcorrente e poi ritorna al punto di partenza. Se la velocità della corrente è costante V_C = 3 km/h e i due ragazzi nuotano con velocità costante V = 5 km/h, calcolare i tempi da essi impiegati.

Soluzione

Rappresentiamo il problema dal punto di vista vettoriale:



Il primo ragazzo si muoverà con una velocità effettiva $\mathbf{V_1}$ che è la risultante tra le velocità **V** e $\mathbf{V_C}$, il cui modulo e argomento è dato da:

$$V_1 = \sqrt{V^2 + V_C^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5{,}83 \text{km/h}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{V}{V_C} = \frac{5}{3} = 1{,}67 \Rightarrow \alpha = 59°$$

mentre il tempo da esso impiegato per compiere l'intero tragitto è:

$$T_1 = \frac{2L}{V} = \frac{2 \cdot 0{,}5}{5} = 0{,}2\text{h} = 12 \min = 720\text{s}$$

Il secondo ragazzo, invece, percorrerà il tratto di andata con velocità:

$$V_{2A} = V + V_C = 5 + 3 = 8\text{km/h}$$

e quello di ritorno con velocità:

$$V_{2R} = V - V_C = 5 - 3 = 2\text{km/h}$$

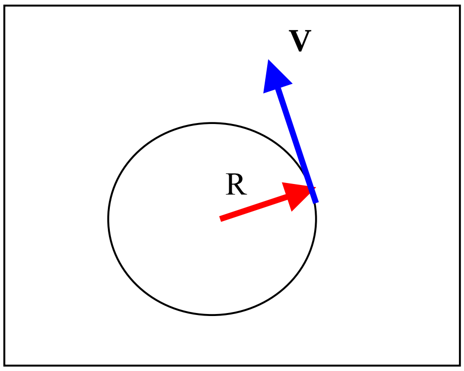
Il tempo totale impiegato sarà:

$$T_2 = T_{2A} + T_{2B} = \frac{S}{V_{2A}} + \frac{S}{V_{2R}} = \frac{0{,}5}{8} + \frac{0{,}5}{2} = 0{,}31\text{h} = 18{,}75 \min = 1125\text{s}$$

Problema N. 5

Un punto materiale si muove lungo una circonferenza di raggio 20 cm con frequenza di 5,0 Hz. Calcolare la velocità tangenziale ed il numero di giri compiuti in 20 s.

Soluzione



La velocità tangenziale la calcoliamo attraverso la sua definizione:

$$V = 2\pi Rf = 2\pi \cdot 0{,}2 \cdot 5{,}0 = 6{,}28 m/s$$

Dal concetto di frequenza (numero di giri compiuti in un secondo) ricaviamo che il numero di giri compiuti in 20 s è dato da:

$$N = 20 \cdot f = 20 \cdot 5 = 100 \text{ giri}$$

Problema N. 6

Supponendo che la Terra si muove intorno al Sole lungo un'orbita circolare di raggio R = 150 · 10^6 km, determinare la velocità tangenziale in km/s e l'accelerazione centripeta in m/s^2, tenendo presente che il periodo di rivoluzione è di 365 giorni.

Soluzione

La velocità tangenziale e l'accelerazione centripeta le calcoliamo attraverso le loro definizioni:

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 150 \cdot 10^6}{31{,}5 \cdot 10^6} \cong 30 km/s$$

$$a_C = \frac{V^2}{R} = \frac{(30 \cdot 10^3)^2}{150 \cdot 10^6 \cdot 10^3} \cong 6 \cdot 10^{-3} m/s^2$$

notare:
365 giorni = 31,5 · 10^6 secondi
30 km/s = 30 · 10^3 m/s
150 · 10^6 km = 150 · 10^6 · 10^3 m

Problema N. 7

Secondo il modello atomico di Bohr – Rutherford l'elettrone di un atomo d'idrogeno ruota intorno al nucleo su determinate orbite. In condizioni di non eccitazione l'elettrone ruota con velocità tangenziale V = 2,18 · 10^6 m/s e con accelerazione centripeta a_c = 8,97 · 10^{22} m/s^2. Determinare il raggio dell'orbita, la velocità angolare e la frequenza.

SOLUZIONE

Il raggio dell'orbita lo calcoliamo come formula inversa dell'accelerazione centripeta:

$$a_C = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{a_C} = \frac{(2{,}18 \cdot 10^6)^2}{8{,}97 \cdot 10^{22}} = 0{,}53 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$$

La velocità angolare la calcoliamo come formula inversa della legge che la lega alla velocità tangenziale:

$$V = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{V}{R} = \frac{2{,}18 \cdot 10^6}{0{,}53 \cdot 10^{-10}} = 4{,}1 \cdot 10^{16}\,\mathrm{rad/s}$$

La frequenza è data dalla formula inversa della definizione di velocità tangenziale:

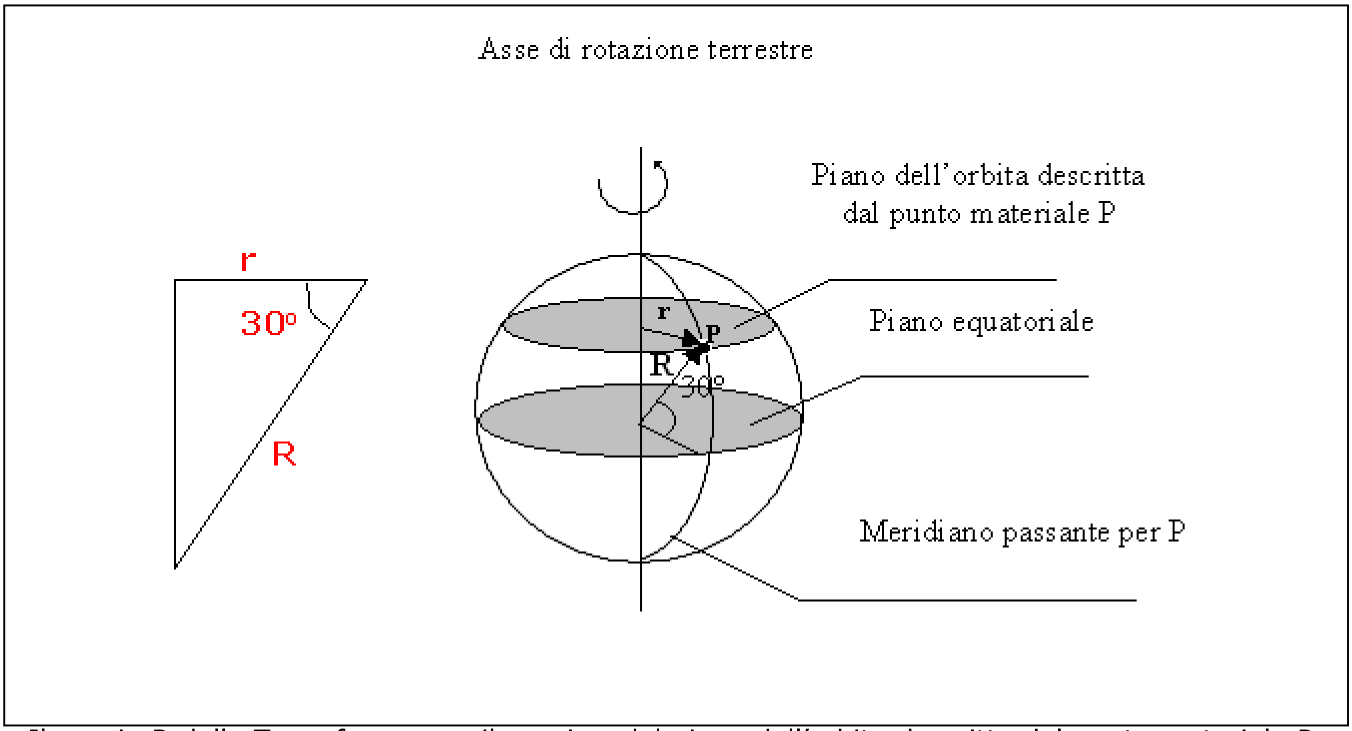
$$V = 2\pi Rf \Rightarrow f = \frac{V}{2\pi R} = \frac{2{,}18 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 0{,}53 \cdot 10^{-10}} = 0{,}65 \cdot 10^{16}\,\mathrm{Hz}$$

PROBLEMA N. 8

Calcolare la velocità e l'accelerazione di un punto materiale situato sulla superficie terrestre a 30° di latitudine Nord.

SOLUZIONE

Rappresentiamo graficamente il problema:



Il raggio R della Terra forma con il raggio r del piano dell'orbita descritta dal punto materiale P un triangolo rettangolo, per cui utilizzando la relativa relazione trigonometrica otteniamo:

$$r = R \cdot \cos 30° = 6{,}38 \cdot 10^6 \cdot 0{,}866 = 5{,}52 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$$

Pertanto la velocità e l'accelerazione centripeta del punto materiale P saranno date da:

$$V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 5{,}52 \cdot 10^6}{86400} = 402 m/s$$
$$a_C = \frac{V^2}{r} = \frac{402^2}{5{,}52 \cdot 10^6} = 2{,}92 \cdot 10^{-2} m/s^2$$

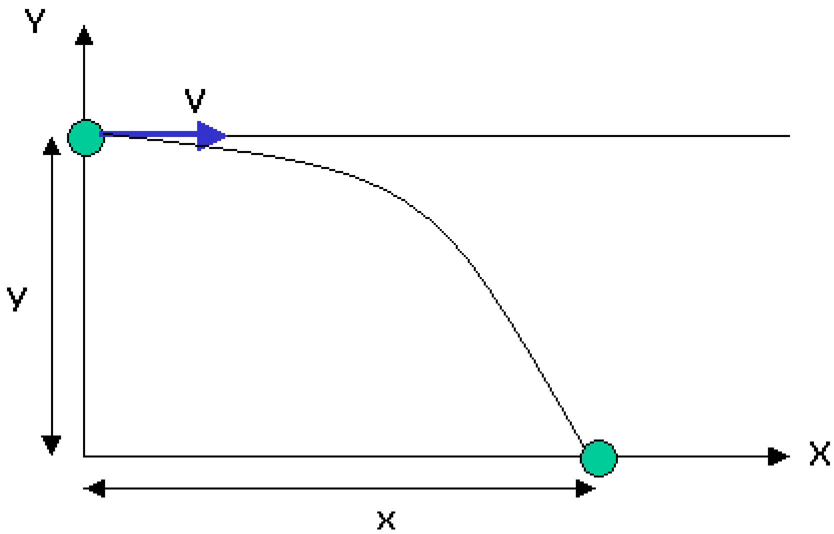
dove T = 24 ore = 86400 secondi

Problema N. 9

Un pacco abbandonato da un aeroplano in volo orizzontale a 200 m/s, tocca terra dopo 12 s. Calcolare l'altezza dell'aeroplano, la distanza orizzontale percorsa dal pacco e la velocità con cui esso tocca il suolo, trascurando la resistenza dell'aria.

Soluzione

Rappresentiamo il problema:



Il moto del pacco è un moto parabolico, che è un moto risultante di un moto uniformemente accelerato e di un moto rettilineo uniforme:

$$\begin{cases} x = V_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{g}{2V_0^2} x^2 = ax^2$$

Calcoliamo la distanza orizzontale percorsa dal pacco utilizzando la prima equazione:

$$x = 200 \cdot 12 = 2400m$$

Per poter calcolare l'altezza dell'aeroplano ci serviamo della seconda equazione:

$$y = \frac{9{,}8}{2 \cdot 200^2} \cdot 2400^2 = 706m$$

La velocità con cui tocca il suolo la calcoliamo come:

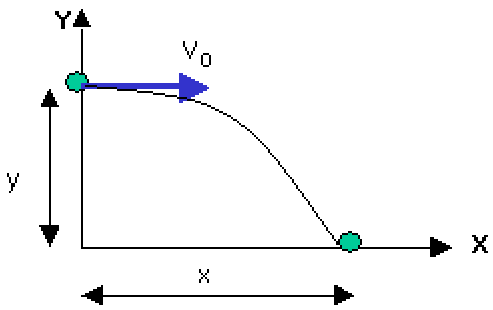
$$V = g \cdot t = 9{,}8 \cdot 12 = 118 m/s$$

Problema N. 10

Un proiettile è stato sparato orizzontalmente dall'altezza di 49 m e tocca il suolo alla distanza orizzontale di 2000 m. Calcolare la velocità con cui è stato sparato.

Soluzione

La velocità la ricaviamo come incognita dall'equazione della parabola che descrive il moto parabolico:



$$y = \frac{g}{2V_0^2}x^2 \Rightarrow 2yV_0^2 = gx^2 \Rightarrow V_0^2 = \frac{gx^2}{2y} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gx^2}{2y}} = \sqrt{\frac{9{,}8 \cdot 2000^2}{2 \cdot 49}} = 632 m/s$$

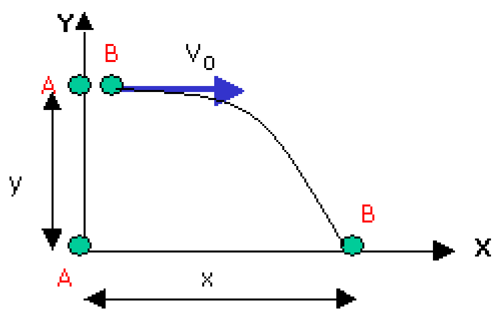
Problema N. 11

Due corpi A e B si trovano su una torre alta 490 m. Il corpo A viene lasciato cadere verso il basso e, nello stesso istante, B viene lanciato con velocità orizzontale di 50 m/s. Quale dei due corpi tocca prima il suolo? Quanto vale la distanza tra A e B quando sono a terra?

Soluzione

- Il moto verticale di un corpo, che cadendo si sposta anche orizzontalmente, è identico al moto verticale di un corpo in caduta libera, per cui i due corpi A e B toccano terra contemporaneamente.
- La distanza tra A e B quando sono a terra la calcoliamo dall'equazione che descrive il moto parabolico di B:

$$y = \frac{g}{2V_0^2}x^2 \Rightarrow 2V_0^2 y = gx^2 \Rightarrow x^2 = \frac{2V_0^2 y}{g} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2V_0^2 y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50^2 \cdot 490}{9{,}8}} = 500 m$$



Problema N. 12

A un aereo da bombardamento è affidato è affidato il compito di bombardare un sommergibile da una quota di 7840 m. Calcolare il tempo che il sommergibile ha a disposizione per immergersi.

Soluzione

Il tempo che il sommergibile ha a disposizione per immergersi non è altro che il tempo che impiega la bomba per colpirlo. Tenendo conto del principio di indipendenza dei movimenti simultanei, tale tempo è dato da:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7840}{9{,}8}} = 40s$$

Problema N. 13

Una palla viene lanciata orizzontalmente da un'altezza di 4,8 m con velocità iniziale di 4,5 m/s. Si chiede: la palla riuscirà a centrare un canestro posto a terra a distanza orizzontale di 6,2 m?

Soluzione

Il tempo di caduta della palla è dato da:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}8}{9{,}8}} = 0{,}990s$$

In questo tempo la palla può percorrere una distanza orizzontale pari a:

$$x = V_0 \cdot t = 4{,}5 \cdot 0{,}990 = 4{,}5m$$

per cui non riuscirà a centrare il canestro che è posto alla distanza di 6,2 m.

Problema N. 14

Un punto materiale si muove di moto armonico con legge oraria: $x = 50 \cos \frac{\pi}{32} t$

Calcolare il periodo, la velocità e l'accelerazione dopo 10 secondi.

Soluzione

La legge oraria del moto armonico è la seguente:

$$x = R \cdot \cos \omega t$$

che confrontata con quella del problema si ricava che:

$$R = 50m \qquad \omega = \frac{\pi}{32} \text{ rad/s}$$

Quindi:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{32}} = 64s$$

$$v = -\omega R \cdot \sin \omega t = -\frac{\pi}{32} \cdot 50 \cdot \sin \frac{\pi}{32} \cdot 10 = -4{,}1 m/s$$

$$a = -\omega^2 x = -\frac{\pi^2}{1024} \cdot 50 \cdot \cos \frac{\pi}{32} \cdot 10 = -0{,}48 m/s^2$$

Problema N. 15

Un punto materiale si muove di moto circolare uniforme con periodo di 48 s sopra una circonferenza di raggio 40 cm. Calcolare l'equazione oraria dei due moti armonici, proiezioni del moto circolare uniforme su due diametri perpendicolari, nell'ipotesi che il punto al tempo t = 0 si trovi ad un estremo dei due diametri.

Soluzione

L'equazione oraria dei moti armonici lungo l'asse X e Y è la seguente:

$$x = R \cdot \cos \omega t \qquad\qquad y = R \cdot \sin \omega t$$

Dai dati del problema si ricava che:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{48} = \frac{\pi}{24}$$

quindi le leggi orarie diventano:

$$x = 40 \cdot \cos \frac{\pi}{24} t \qquad\qquad y = 40 \cdot \sin \frac{\pi}{24} t$$

Problema N. 16

Le proiezioni di un moto circolare uniforme sopra due diametri ortogonali si muovono di moto armonico secondo le leggi orarie:

$$x = 25 \cdot \cos \frac{\pi}{8} t \qquad\qquad y = 25 \cdot \sin \frac{\pi}{8} t$$

con x e y espressi in cm.

Determinare il valore della velocità e dell'accelerazione dopo 8 s ed il valore dell'accelerazione centripeta del moto circolare uniforme.

Soluzione

Dalle leggi orarie del moto armonico fornite dal problema si ricava che:

$$R = 25cm \qquad \omega = \frac{\pi}{8}\ rad/s$$

Per determinare il valore della velocità e dell'accelerazione lungo i diametri ortogonali, applichiamo le rispettive leggi orarie:

$$V_x = -\omega R \cdot \sin \omega t = -\frac{\pi}{8} \cdot 25 \cdot \sin \frac{\pi}{8} \cdot 8 = 0 \qquad V_y = -\omega R \cdot \cos \omega t = -\frac{\pi}{8} \cdot 25 \cdot \cos \frac{\pi}{8} \cdot 8 = -9{,}8cm/s$$

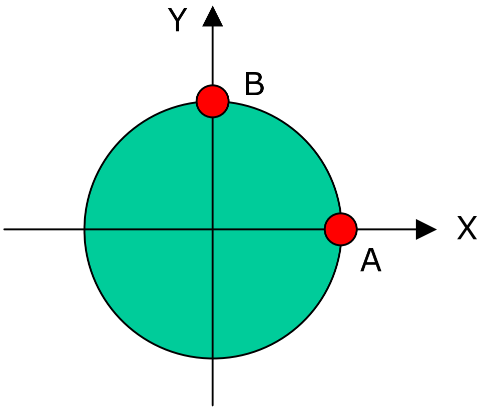
$$a_x = -\omega^2 x = -\frac{\pi^2}{64} \cdot 25 \cdot \cos \frac{\pi}{8} \cdot 8 = 3{,}9cm/s^2 \qquad a_x = -\omega^2 x = -\frac{\pi^2}{64} \cdot 25 \cdot \sin \frac{\pi}{8} \cdot 8 = 0$$

L'accelerazione centripeta del moto circolare uniforme sarà calcolata come segue:

$$a_c = \omega^2 R = \frac{\pi^2}{64} \cdot 25 = 3{,}9cm/s^2$$

Problema N. 17

Un punto materiale descrive una traiettoria circolare di raggio R = 10 m partendo dal punto A ed impiega 10 s per raggiungere il punto B:



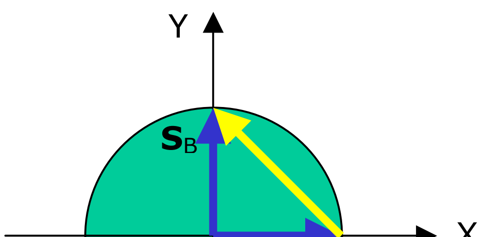
Calcolare:

- Il vettore spostamento e rappresentarlo graficamente
- Il cammino percorso
- La velocità media

Soluzione

- La rappresentazione grafica del vettore spostamento è la seguente:

$$\Delta\vec{S} = \vec{S}_B - \vec{S}_A$$



Δs

S_A

Mentre il modulo del vettore spostamento è dato da:

$$\Delta S = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14{,}14\text{m}$$

- Spostandosi da A a B il punto materiale percorre un quarto di circonferenza, pari a π/2 rad, per cui il cammino percorso sarà:

$$L = \frac{\pi}{2} \cdot R = \frac{\pi}{2} \cdot 10 = 15{,}7\text{m}$$

- La velocità media, tenendo sempre conto che il punto materiale percorre π/2 rad, la determiniamo attraverso la sua definizione:

$$V = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot R}{t} = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot 10}{10} = 1{,}57\text{m/s}$$

Problema N. 18

Due moti armonici tra loro ortogonali hanno le seguenti leggi orarie:

$$x = 10\cos 2\pi t \qquad y = 20\cos 2\pi t$$

Determinare la traiettoria del moto risultante.

Soluzione

L'equazione della traiettoria del moto risultante, ossia y = f(x), la determiniamo mettendo a sistema le due equazioni:

$$\begin{cases} x = 10 \cdot \cos 2\pi t \\ y = 20 \cdot \cos 2\pi t \end{cases}$$

Ricavando la t dalla prima equazione: $t = \frac{x}{10 \cdot \cos 2\pi}$ e sostituendola nella seconda otteniamo:

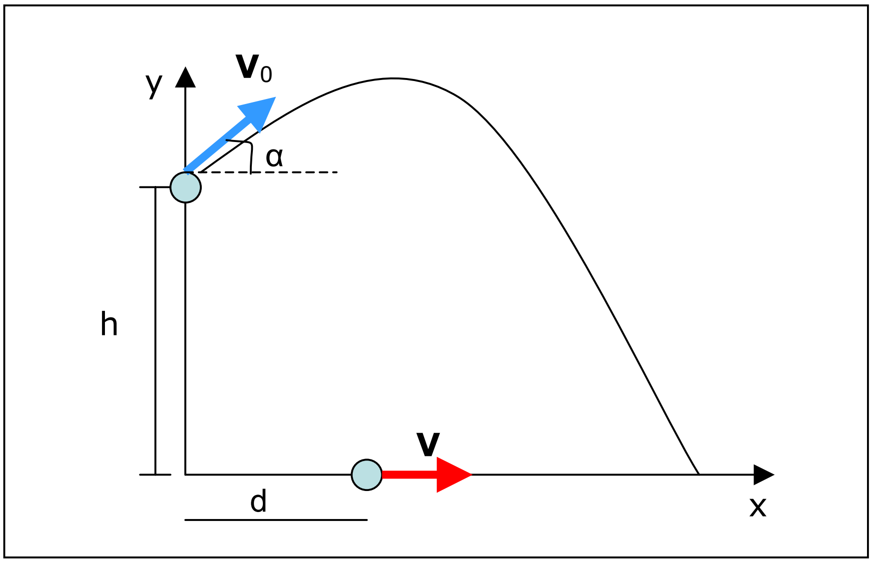
$$y = 20 \cdot \cos 2\pi \cdot \frac{x}{10 \cdot \cos 2\pi} = 2x$$

Dall'equazione trovata si conclude che la traiettoria è una retta.

Problema N. 19

Un pallone viene lanciato con un angolo α = 30° dalla sommità di un palazzo alto 20 m come. La velocità iniziale sia V_0 = 10 m/sec. Nello stesso istante, da un punto che si trova a 40 m dalla base del palazzo, un uomo corre per cercare di prendere il pallone quando questo tocca il suolo. Quale deve essere la velocità dell'uomo per poter prendere il pallone? Trascurare la resistenza dell'aria.

SOLUZIONE



Occorre calcolare il punto di impatto del pallone col suolo e il tempo di volo per poter calcolare la velocità dell'uomo. Dividiamo il moto del pallone nelle sue componenti orizzontale e verticale. Il moto del pallone e' uniforme lungo la proiezione orizzontale con velocità:

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha = 10 \cdot 0{,}866 = 8{,}66 m/s$$

Il moto del corpo e' uniformemente ritardato nel moto verso l'alto e uniformemente accelerato nel moto verso il basso nella sua componente verticale. La velocità iniziale lungo la verticale sara':

$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin\alpha = 10 \cdot 0{,}5 = 5 m/s$$

Nel moto verso l'alto la legge oraria sara':

$$y = y_0 + V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

Nel punto di massima altezza il corpo si ferma per cui possiamo calcolare il tempo di salita:

$$V_{0y} = g \cdot t_S \Rightarrow t_S = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{5}{9{,}8} = 0{,}5s$$

e in questo tempo percorre un tratto:

$$y_1 = V_{0y} \cdot t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 5 \cdot 0{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5^2 = 1{,}3m$$

Il corpo raggiunge quindi un'altezza totale, rispetto al suolo pari a:

$$y_2 = h + y_1 = 20 + 1{,}3 = 21{,}3m$$

Da questo momento in poi il corpo si muove verso il basso partendo dall'altezza y_2 con velocità nulla. La sua legge oraria sara':

$$y = y_2 - \frac{1}{2}gt^2$$

Esso raggiunge il suolo quando y = 0, per cui il tempo impiegato sarà:

$$0 = y_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{}}$$

Il tempo di volo totale sara' quindi:

$$t = t_1 + t_2 = 0{,}5 + 2{,}1 = 2{,}6s$$

In questo tempo la sua proiezione orizzontale percorre una distanza:

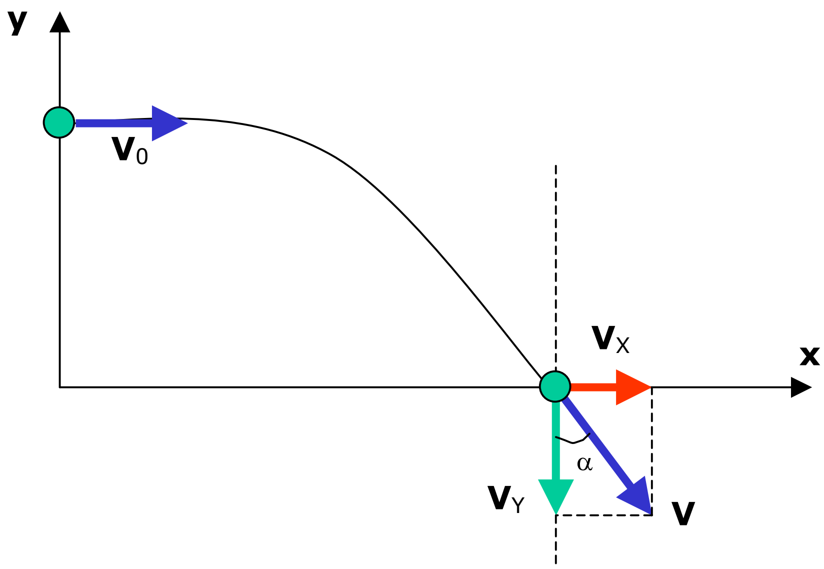
$$x = V_{0x} \cdot t = 8{,}7 \cdot 2{,}6 = 22{,}6m$$

Trovandosi l'uomo a 40 m deve percorrere una distanza x = 40 - 22.6 = 17,4 m in un tempo t = 2,6 s per cui la sua velocità sara':

$$V = \frac{x}{t} = \frac{17{,}4}{2{,}6} = 6{,}7m/s$$

PROBLEMA N. 20

Un corpo viene lanciato, con una velocità iniziale orizzontale V_0 = 10 m/sec da un palazzo alto h = 35 m come in figura. Determinare: a) Il tempo di volo; b) la distanza x, misurata dalla base del palazzo, del punto d'impatto del corpo col suolo; c) l'angolo formato dalla direzione della velocità con la verticale al momento dell'impatto.



SOLUZIONE

Il tempo di volo viene calcolato tenendo presente che il moto verticale del corpo è un moto uniformemente accelerato:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 35}{9,8}} = 2,7s$$

Utilizziamo la legge del moto rettilineo uniforme, che caratterizza il moto orizzontale del proiettile, per calcolare la distanza del punto d'impatto del corpo col suolo:

$$x = V_0 \cdot t = 10 \cdot 2,7 = 27m$$

Per calcolare l'angolo formato dalla velocità con la verticale, consideriamo il triangolo rettangolo formato dalla velocità V e dalle sue componenti V_x e V_y. Possiamo quindi scrivere:

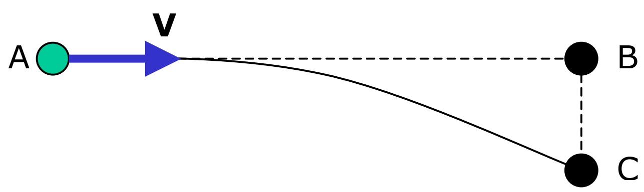
$$tg\alpha = \frac{V_x}{V_y} = \frac{V_x}{g \cdot t} = \frac{10}{9,8 \cdot 2,7} = 0,4 \Rightarrow \alpha = 21°$$

dove: $V_y = gt$ e $V_x = V_0$

Problema N. 21

Un fucile è puntato orizzontalmente contro un bersaglio alla distanza di 30 m. il proiettile colpisce il bersaglio 1,9 cm sotto il centro. Calcolare la velocità del proiettile.

Soluzione



Il moto del proiettile è un moto parabolico, che è un moto risultante di un moto uniformemente accelerato e di un moto rettilineo uniforme:

$$\begin{cases} x = V \cdot t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione ricaviamo il tempo di volo del proiettile:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,019}{9,8}} = 0,06s$$

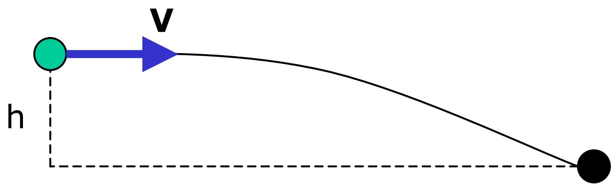
che sostituito nella prima equazione ci consente di calcolare la velocità del proiettile:

$$V = \frac{x}{t} = \frac{30}{0,06} = 500m/s$$

Problema N. 22

Un fucile, distante 45 m da un bersaglio, spara un proiettile alla velocità di 450 m/s. Quanto più alto dal bersaglio deve essere puntato il fucile per riuscire a colpire il bersaglio?

Soluzione



Il moto del proiettile è un moto parabolico, che è un moto risultante di un moto uniformemente accelerato e di un moto rettilineo uniforme:

$$\begin{cases} x = V \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Dalla prima equazione ricaviamo il tempo di volo del proiettile:

$$t = \frac{x}{V} = \frac{45}{450} = 0{,}1 s$$

che sostituito nella seconda equazione ci consente di calcolare l'altezza, rispetto al bersaglio, del fucile:

$$h = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}049 m = 4{,}9 cm$$

Problema N. 23

Un elettrone, per effetto di un campo magnetico, percorre una traiettoria circolare di raggio R = 15 cm e accelerazione centripeta $a_c = 3{,}0 \cdot 10^{14}$ m/s^2. Calcolare il periodo del moto.

Soluzione

Il periodo del moto viene calcolato partendo dalla definizione di velocità del moto circolare uniforme:

$$V = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{V}$$

Però manca il valore della velocità, che calcoliamo come formula inversa dell'accelerazione centripeta:

$$a_C = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V = \sqrt{a_C \cdot R} = \sqrt{3{,}0 \cdot 10^{14} \cdot 0{,}15} = 0{,}67 \cdot 10^7 m/s$$

In definitiva:

$$T = \frac{2\pi \cdot 0{,}15}{0{,}67 \cdot 10^7} = 1{,}4 \cdot 10^{-7} s = 0{,}14 \mu s$$

Problema N. 24

Un satellite terrestre viaggia su un'orbita circolare alla quota di 640 km sopra la superficie terrestre. Il periodo di rivoluzione è di 98 minuti. Calcolare:

1. la velocità del satellite
2. il valore della gravità a quella quota.

SOLUZIONE

- La velocità posseduta dal satellite lungo la traiettoria circolare si calcola come:

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 7{,}01 \cdot 10^6}{5880} = 7{,}5 \cdot 10^3 \, m/s = 7{,}5 km/s$$

dove: $R = 640 \cdot 10^3 + R_{Terra} = 640 \cdot 10^3 + 6{,}37 \cdot 10^6 = 7{,}01 \cdot 10^6$ m 98 minuti = 5880 s

- Il valore della gravità alla quota di 640 km non è altro che l'accelerazione centripeta:

$$a_C = \frac{V^2}{R} = \frac{(7{,}5 \cdot 10^3)^2}{7{,}01 \cdot 10^6} = 8 m/s^2$$

PROBLEMA N. 25

Una persona sale in 90 s una scala mobile ferma di 15 m di lunghezza. La stessa persona, stando ferma sulla scala mobile quando è in funzione, impiega 60 s. Calcolare:

1. il tempo impiegato nel caso in cui sale con la scala mobile in funzione
2. la risposta dipende dalla lunghezza della scala?

SOLUZIONE

- La velocità con cui la persona sale la scala mobile quando è ferma è data da:

$$V_{persona} = \frac{L}{t_{persona}} = \frac{15}{90} = 0{,}17 m/s$$

La velocità della persona quando è ferma sulla scala mobile in funzione è data da:

$$V_{scalamobile} = \frac{L}{t_{scalamobiule}} = \frac{15}{60} = 0{,}25 m/s$$

Il tempo impiegato dalla persona, nel caso in cui sale con la scala mobile in funzione, è dato da:

$$t = \frac{L}{V_{persona} + V_{scalamobile}} = \frac{15}{0{,}17 + 0{,}25} = 36 s$$

- Per verificare se la risposta trovata dipende dalla lunghezza della scala mobile, esprimiamo il tempo calcolato nella sua forma generale:

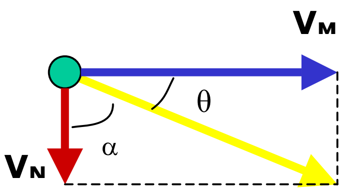
$$t = \frac{L}{V_{persona} + V_{scalamobile}} = \frac{L}{\frac{L}{t_{persona}} + \frac{L}{t_{scalamobile}}} = \frac{L}{\frac{L \cdot t_s + L \cdot t_p}{t_p \cdot t_s}} = \frac{\cancel{L}}{\frac{\cancel{L} \cdot (t_s + t_p)}{t_s \cdot t_p}} = \frac{t_s \cdot t_p}{t_s + t_p}$$

Dalla formula ricavata si può affermare che il tempo impiegato dalla persona per salire la scala mobile quando è in funzione è indipendente dalla lunghezza della stessa.

Problema N. 26

La neve sta cadendo a una velocità costante di 8 m/s. A quale angolo rispetto alla verticale sembrano cadere i fiocchi di neve per il guidatore di un'auto che viaggia a 50 km/h?

Soluzione



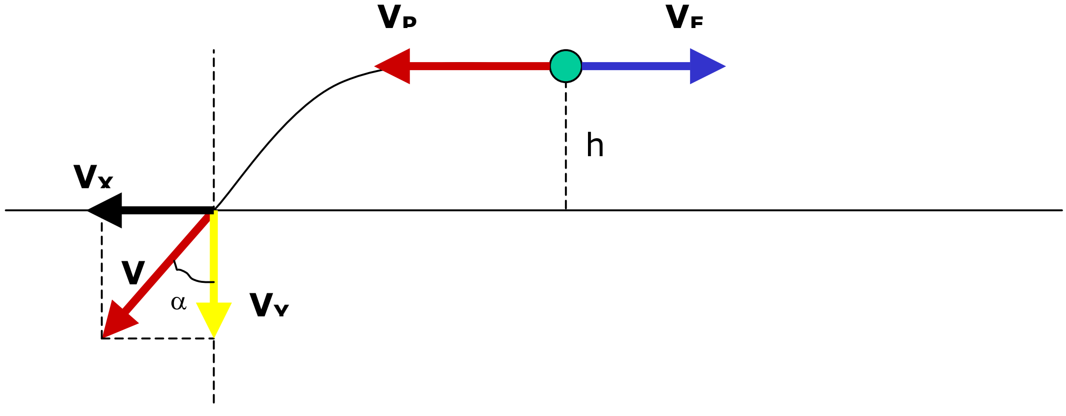
Da considerazioni di carattere trigonometrico troviamo l'angolo cercato:

$$tg\vartheta = \frac{V_N}{V_M} = \frac{8}{13,9} = 0,58 \Rightarrow \vartheta = 30° \Rightarrow \alpha = 60°$$

Problema N. 27

Un elicottero vola in linea retta alla velocità costante di 6,2 m/s e alla quota costante di 9,5 m. Un pacco viene lanciato orizzontalmente dall'elicottero con velocità relativa all'elicottero di 12 m/s in senso opposto alla rotta. Calcolare:

1. la velocità iniziale del pacco rispetto al terreno
2. la distanza orizzontale tra il pacco e l'elicottero al momento dell'impatto con il terreno
3. visto da terra, quale angolo con il terreno forma il vettore velocità del pacco al momento dell'impatto.



Soluzione

- La velocità del pacco rispetto al terreno è data da:

$$V_{terra} = V_{pacco} - V_{aereo} = 12 - 6{,}2 = 5{,}8 m/s$$

- Per calcolare la distanza orizzontale tra il pacco e l'elicottero al momento dell'impatto con il terreno, dobbiamo prima calcolare il tempo di volo:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}5}{9{,}8}} = 1{,}4 s$$

per cui:

$$\begin{cases} x_{pacco} = V_{terra} \cdot t = 5{,}8 \cdot 1{,}4 = 8{,}1 m \\ x_{aereo} = V_{aereo} \cdot t = 6{,}2 \cdot 1{,}4 = 8{,}7 m \end{cases} \Rightarrow x = x_{pacco} + x_{aereo} = 8{,}1 + 8{,}7 = 16{,}8 m$$

- Da considerazioni di carattere trigonometrico troviamo l'angolo cercato:

$$tg\alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{g \cdot t}{V_x} = \frac{9{,}8 \cdot 1{,}4}{5{,}8} = 2{,}4 \Rightarrow \alpha = 67°$$